

Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica**Van Hiele model and levels of geometric reasoning of triangles in Huancavelica students****Norman A. Chavarria-Pallarco**^{1,a,*}**Resumen**

La investigación tuvo como objetivo determinar si la aplicación del modelo holandés Van Hiele facilita el avance de los niveles de razonamiento geométrico de triángulos en los estudiantes del sexto ciclo de educación básica regular. El tipo de investigación fue aplicada, empleando como métodos específicos: el experimental, el estadístico y el hipotético deductivo; con un diseño preexperimental, con un solo grupo, conformado por 29 estudiantes de la IE "César Vallejo Mendoza" del centro poblado de Viñas, distrito de Acobambilla, provincia y región de Huancavelica a quienes se aplicó una prueba de entrada y otra de salida. El muestreo no probabilístico intencional, el procesamiento y análisis de los resultados se realizó aplicando la estadística, asimismo para la contrastación de las hipótesis se empleó la "t de student". Como resultado obtuvimos que la aplicación del modelo de Van Hiele facilitó avanzar en el nivel de razonamiento geométrico (visualización, análisis y clasificación), debido a que la "t de student" calculada fue -16, 632 por lo que se rechazó la hipótesis nula, concluyéndose que sí existe una diferencia significativa en las medias de los grados de adquisición del nivel de razonamiento geométrico de triángulos antes y después de la aplicación del modelo Van Hiele.

Palabras clave: modelo Van Hiele, razonamiento geométrico, grados de adquisición.

Abstract

The goal of the research was to determine if the application of the Dutch Van Hiele model to facilitates the advancement of the levels of geometric reasoning of triangles in students in the sixth cycle of regular basic education. The type of research was applied, using as specific methods: the experimental, the statistical and the hypothetical deductive; with a pre-experimental design, with a single group, made up of 29 students from the IE "César Vallejo Mendoza" from the populated center of Viñas, Acobambilla district, province and region of Huancavelica, a pretest and a posttest were applied to this group. The intentional non-probabilistic sampling, the processing and analysis of the results were carried out by applying the statistics. Likewise, the Student's t-test was used to contrast the hypotheses. As a result, we obtained that the application of the Van Hiele model made it easier to advance in the level of geometric reasoning (visualization, analysis and classification), because the calculated Student's t-test was -16, 632, so the null hypothesis was rejected, concluding that there is a significant difference in the means of the degrees of acquisition of the level of geometric reasoning of triangles before and after the application of the Van Hiele model.

Keywords: Van Hiele model, geometric reasoning, degrees of acquisition.

¹Institución educativa "César Vallejo Mendoza"- Viñas, Unidad de Gestión Educativa Local - Huancavelica, Perú.

E-mail, ^asdj1713@gmail.com

Orcid ID: ^{*}<https://orcid.org/0000-0002-4920-5141>

Introducción

La presente investigación es una contribución para el desarrollo de la competencia: *resuelve problemas de forma, movimiento y localización*, propuesta por el Ministerio de Educación (2017b) en el Currículo Nacional de la Educación Básica; este trabajo se apoya en el modelo de Van Hiele (modelo holandés), que facilita avanzar los grados de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes.

Siguiendo las ideas del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (Ministerio de Educación, 2017a) se debe promover el desarrollo de las competencias y capacidades, en las cuales el estudiante debe saber desarrollar ciertos procesos como: formular situaciones matemáticamente, emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos; interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos. Del mismo modo, Cámara y Tarazona (2015, p. 9) en su propuesta de currículo basado en competencias, manifiestan que los estudiantes que aprenden Matemática estimulan:

La creatividad, el sentido crítico, la habilidad para el cálculo, para la toma de decisiones y estrategias para la resolución de problemas; todas estas actitudes son indispensables para una mejor comprensión y asimilación de las diferentes áreas del conocimiento, como para un mejor desempeño en su vida futura, tanto profesional como cotidiana.

A partir de la cita, es necesario romper con la fobia hacia las Matemáticas que muchos estudiantes lo tienen, porque de lo contrario muchas de las capacidades descritas no se lograrían de manera adecuada; en tal sentido el docente debe estar equipado con múltiples estrategias didácticas, uso de materiales, etc. para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. En ese sentido, los esposos Van Hiele propusieron un modelo didáctico que tiene características jerárquicas y secuenciadas, partiendo de la situación real del estudiante (grado de adquisición de un determinado nivel de razonamiento geométrico), permitiéndole, a través de actividades, elevar su nivel de razonamiento.

La investigación tuvo como objetivo determinar si la aplicación del modelo holandés Van Hiele facilita el avance de los niveles de razonamiento geométrico de triángulos, teniendo como hipótesis que luego de la aplicación del modelo, los grados de adquisición de un determinado nivel, es superior a los

grados de adquisición inicial en los estudiantes del sexto ciclo de educación básica regular.

Para lo cual fue necesario identificar los grados de adquisición inicial de los estudiantes; según los datos de la presente fue de nula y baja dicha adquisición en los tres primeros niveles de razonamiento, y para mejorar los grados de adquisición se aplicó el modelo de Van Hiele teniendo en cuenta las fases de aprendizaje que permitieron planificar y organizar, de manera secuenciada, las actividades propuestas en las sesiones de aprendizaje, con el propósito de avanzar en los niveles de razonamiento geométrico en los estudiantes del sexto ciclo de educación básica regular.

Las diversas actividades que se plantearon por cada fase de aprendizaje y, a su vez según el nivel de razonamiento geométrico a desarrollar, han permitido que los estudiantes sean los protagonistas de sus aprendizajes, mediante la experimentación, el uso de instrumentos de medición, tal como concluyeron en su investigación Holguin et al. (2019, p. 153): *los estudiantes aún necesitan de apoyo gráfico para representar cuerpos o elementos de su entorno*.

Los fundamentos didácticos y teóricos están basados en las propuestas e investigaciones de los educadores españoles Jaime y Gutiérrez (1990), Corberán et al. (1994); el modelo facilita a los estudiantes desarrollar de manera secuenciada sus niveles de razonamiento geométrico para afrontar y resolver situaciones problemáticas que implican la aplicación de la Geometría.

El modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele es un modelo didáctico producto de una representación simplificada del quehacer didáctico en el que están involucrados el desarrollo y descripción del razonamiento geométrico, y la propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Por su parte Vargas y Gamboa (2013, p. 91) manifiestan que *el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico*.

Respecto al modelo de Van Hiele los educadores españoles Jaime y Gutiérrez (1990) sintetizan las ideas principales del modelo de

la siguiente manera: Permite identificar diferentes niveles de razonamiento en los discentes respecto a un campo temático en la geometría, sólo se podrá comprender aquellos conceptos que correspondan a un nivel de razonamiento geométrico, de la misma manera un concepto matemático no podrá ser aprendido sino se le enseña al estudiante de acuerdo a su nivel actual de razonamiento geométrico, por lo que será necesario desarrollar y esperar a que alcance el nivel de razonamiento requerido para abordarla; sin embargo, es posible ayudarlo a través de una enseñanza adecuada de la geometría, para que desarrolle y avance lo antes posible a razonar de una manera más adecuada.

Los niveles de razonamiento geométrico propuesto por el modelo de Van Hiele

El modelo propone cinco niveles jerarquizados de razonamiento geométrico, en los cuales cada nivel describe el dominio y la comprensión de las nociones y capacidades geométricas en los diversos campos conceptuales de la geometría.

Burger y Shaughessy (1986), Jaime y Gutiérrez (1990), Corberán et al. (1994), Afonso (2003) y Vilchez (2004), manifiestan las siguientes características esenciales de los cuatro primeros niveles de razonamiento geométrico:

- a) Visualización o reconocimiento (Nivel 1): Los estudiantes tienen una percepción global e individual de las figuras, describen a una figura considerando características meramente visuales y, de manera independiente, el estudiante no busca relaciones, características comunes o diferentes. Se limitan a describir solo el aspecto físico de las figuras, no suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas y

emplean un lenguaje geométrico deficiente e impreciso.

- b) Análisis (Nivel 2): Los estudiantes tienen la capacidad de señalar los elementos y propiedades matemáticas que tienen las figuras geométricas, señalan las propiedades matemáticas mediante la observación y experimentación; asimismo, formular generalizaciones de dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia. Realizan definiciones de un objeto geométrico como un listado de propiedades necesarias para identificar la figura; asimismo, tienen dificultades para relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden realizar clasificaciones lógicas de las figuras.
- c) Clasificación, ordenación o deducción informal (Nivel 3): Los estudiantes pueden reconocer que las propiedades se deducen de otras y sus respectivas implicaciones, realizar clasificaciones de las figuras en base a sus propiedades o relaciones ya conocidas. Reconocen la importancia de las definiciones matemáticas y asimismo dar definiciones matemáticamente correctas, comprender las demostraciones realizadas por el docente o explicadas en algún texto escolar, así como repetir y adaptarla.
- d) Deducción formal (Nivel 4): En este nivel los estudiantes pueden emplear un lenguaje geométrico formal y preciso para definir, clasificar y demostrar propiedades, las demostraciones lo realizan mediante razonamientos deductivos formales, asimismo pueden realizar conjeturas e intentan verificarlas empleando demostraciones.

A continuación se resume las principales características del modelo de Van Hiele elaborado por Crowley (1989) citado por Vilchez (2004).

Tabla 1. Características del modelo de Van Hiele

1. Secuencial	Es necesario avanzar en orden por cada uno de los niveles, es decir, que no se puede producir saltos en el desarrollo del razonamiento geométrico.
2. Progresivo	El avance de un nivel de razonamiento a otro nivel, es imprescindible haber adquirido las competencias y capacidades del nivel anterior.
3. Intrínseco-Extrínseco	Los conocimientos, capacidades adquiridas en un determinado nivel, ayudaran como base para desarrollar el siguiente nivel de razonamiento.
4. Lingüística	Cada nivel de razonamiento tiene su propio lenguaje geométrico, es decir que cada palabra en diferentes niveles puede tener diferentes significados, por lo que existe una estrecha relación entre el lenguaje y los niveles.
5. Emparejamiento	Para desarrollar correctamente un determinado nivel es necesario conocer el nivel actual de los estudiantes (saberes previos), y por lo tanto las fases de aprendizaje se deben de adaptar para dicho nivel, de lo contrario no será posible el desarrollo de dicho nivel.

Fuente: Vilchez (2004, p. 49). Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia

Las fases de aprendizaje según el modelo de Van Hiele

Las fases de aprendizaje que propone el modelo son cinco secuenciales y que deben de desarrollarse de manera completa, siendo las siguientes:

- a) Información e interrogación: Permite identificar los saberes previos de los estudiantes, es una fase donde se plantea preguntas para determinar el punto de partida de los estudiantes y plantear actividades pertinentes, tal como lo manifiesta D'Amore (2006, p. 103): *el maestro aprovecha esta primera fase, tanto para conocer el grado de capacidad que los estudiantes tienen sobre el tema, como para ver qué tipo de razonamientos son capaces de hacer en ese ámbito.*
- b) Orientación dirigida (Jaime & Gutiérrez, 1990). En esta fase se inicia el desarrollo del campo temático de estudio con mayor profundidad; plantear actividades debidamente secuenciadas, en las cuales los estudiantes puedan experimentar, realizar mediciones, descubrir, comprender, asimilar, aplicar, etc. los conceptos, propiedades, relaciones, etc. de los diversos objetos matemáticos que se desarrollan en los diferentes campos conceptuales de la geometría, que serán motivo de su aprendizaje en un determinado nivel de razonamiento geométrico.
- c) Explicación o explicitación (Jaime & Gutiérrez, 1990). Es una fase en la cual los estudiantes intercambian sus aprendizajes, experiencias entre pares y la guía del docente, el rol de docente es el de un mediador, orientador, modelador y monitorear el lenguaje geométrico que emplean los estudiantes para realizar las respectivas correcciones de acuerdo al nivel de razonamiento geométrico. La explicitación se desarrolla de manera transversal en todas las demás fases.
- d) Orientación libre (Jaime & Gutiérrez, 1990). Es el momento en que se plantean actividades más complejas fundamentalmente referidas a la aplicación de lo aprendido en las actividades anteriores, respecto a contenidos como el lenguaje geométrico. Es una de las fases en la cual los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar y combinar sus conocimientos, por lo que las actividades propuestas se recomienda que sean abiertas.
- e) Integración (Jaime & Gutiérrez, 1990). Es una fase en la cual se consolida todo lo trabajado en las anteriores fases con el

objetivo que el estudiante construya una red conceptual de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la red conceptual que tenía anteriormente.

Hay algunas características que se deben considerar antes de planear las actividades para cada una de las fases: Tener en cuenta que existe una diferencia entre las diversas fases, es por ello que los tipos de problemas que se plantean para cada nivel son diferentes; de la misma manera se debe considerar el proceso completo del desarrollo de la capacidad de razonamiento, debido a que ... *las fases de aprendizaje representan unas directrices que el modelo de Van Hiele propone a los profesores para ayudar a sus alumnos a mejorar su capacidad de razonamiento* (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 337).

Evaluación en el modelo de Van Hiele

Para evaluar el nivel de razonamiento geométrico es conveniente aplicar una prueba pedagógica con ítems de respuesta abierta y para ello se debe de considerar algunas características para elaborar un instrumento de evaluación. Al respecto Jaime y Gutiérrez (1990) recomiendan: Que el nivel de razonamiento de los estudiantes depende del campo conceptual que se desarrolle, se deben seleccionar ítems cuyas respuestas sean lo suficientemente largas como para que los estudiantes puedan hacer visibles sus ideas y su forma de razonar, lo más importante no es evaluar si los estudiantes contestan bien o mal, sino cómo contestan y por qué lo hacen así.

Con respecto a los instrumentos de evaluación el aporte que hizo Usiskin (1982), estudiado por Berritzegune de Donosti (s.f.), propone un test de 25 preguntas para evaluar el nivel de razonamiento geométrico, test que fue aplicado en diversas investigaciones; sin embargo, a raíz de las investigaciones realizadas por los educadores españoles Gutiérrez y Jaime (1987) citados por Corberán et al. (1994) manifiestan que los test de selección múltiple no son idóneos para determinar el nivel de razonamiento geométrico.

Corberán et al. (1994) recomienda aplicar un test con ítems que estén graduados a los niveles de razonamiento geométrico de menos a más, y para la objetividad de la corrección es necesario elaborar descriptores por cada ítem a fin de identificar el tipo de respuesta que está dando el estudiante y el nivel de razonamiento al que corresponde.

Para la calificación del test, después de haber identificado el tipo de respuesta que se han dado, se le asigna una ponderación entre 0 y 100 para cada ítem, según los valores de la siguiente tabla:

Tabla 2. Ponderaciones de los diferentes tipos de respuesta

Tipo	0	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación	0	0	20	25	50	75	80	100

Fuente: Corberán et al. (1994, p.108). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría

La determinación de los grados de adquisición que logra el estudiante por cada nivel que plantea el modelo de Van Hiele se obtiene mediante la media aritmética de las ponderaciones de los ítems correspondientes a un mismo nivel, y el resultado se ubica en los siguientes intervalos para identificar el grado de adquisición por cada nivel de razonamiento geométrico, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 3. Grados de adquisición de un nivel de razonamiento

85% - 100%	Completa (C)
60% - 85%	Alta (A)
40% - 60%	Intermedia (I)
15% - 40%	Baja adquisición (B)
0% - 15%	Nula adquisición (N)

Fuente: Afonso (2003, p.185). Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio

Metodología

El enfoque de la investigación fue cuantitativo, nivel experimental y de tipo aplicada, seleccionándose el diseño preexperimental, porque se consideró un solo grupo experimental, siendo un grupo intacto que ya estaba formado antes de la experimentación, teniendo en cuenta la prueba de pretest y postest.

Se utilizó el método de la experimentación, que consistió en la aplicación del modelo de Van Hiele (variable independiente) al grupo experimental. Las actividades que se propusieron fueron diseñadas siguiendo la secuencia de las fases de aprendizaje: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración durante 6 sesiones de tres horas pedagógicas; la secuencia didáctica permitió el avance de un nivel de razonamiento inferior

a otro superior (variable dependiente); para el diseño de las actividades se ha considerado los resultados obtenidos en la prueba de entrada, como un indicador de la situación real del grupo experimental.

El 36,7% de las actividades experimentales propuestas fueron adaptadas de las propuestas realizadas en las investigaciones realizadas por Corberán et al. (1994) y el resto de actividades didácticas fueron diseñadas por el propio investigador.

La muestra ha estado conformada por 29 estudiantes del sexto ciclo de EBR de la I.E. "César Vallejo Mendoza" del centro poblado de Viñas, Acobambilla, Huancavelica, cuyas edades fluctúan entre los 11 y 16 años (de ambos sexos), matriculados en el año académico 2018. La muestra representó el 39,19% de la población conformada por 74 estudiantes pertenecientes al sexto ciclo de las únicas tres instituciones educativas del distrito de Acobambilla, provincia y región Huancavelica.

La recolección de información se realizó esencialmente mediante la aplicación de una prueba de entrada (pretest) y una prueba de salida (postest), con el objetivo de identificar cada uno de los grados de adquisición de los diferentes niveles de razonamiento geométrico respecto al campo temático de triángulos. Para el diseño de la evaluación se consideró los tres primeros niveles de razonamiento geométrico propuestos por el modelo Van Hiele (1957).

La evaluación contenía un total de 10 ítems propuestos para identificar los grados de adquisición por cada nivel de razonamiento: los ítems 1 y 2 correspondieron al nivel de visualización, los ítems del 3 al 6 correspondieron al nivel de análisis y los cuatro últimos ítems evaluaron el nivel de clasificación; asimismo, cada ítem ha tenido siete descriptores para identificar el tipo de respuesta y el grado de adquisición (Ver tabla 2).

Asimismo, para la contrastación de las hipótesis se utilizó la prueba "t de student" con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$; para la confiabilidad del instrumento de evaluación (pretest y postest) se aplicó el método de "dos mitades" con el coeficiente de r de Pearson y el alfa de Cronbach para la prueba piloto. Para la validez del instrumento se empleó la V de Aiken mediante el escrutinio de los expertos (cinco jueces de los cuales cuatro tienen el grado de

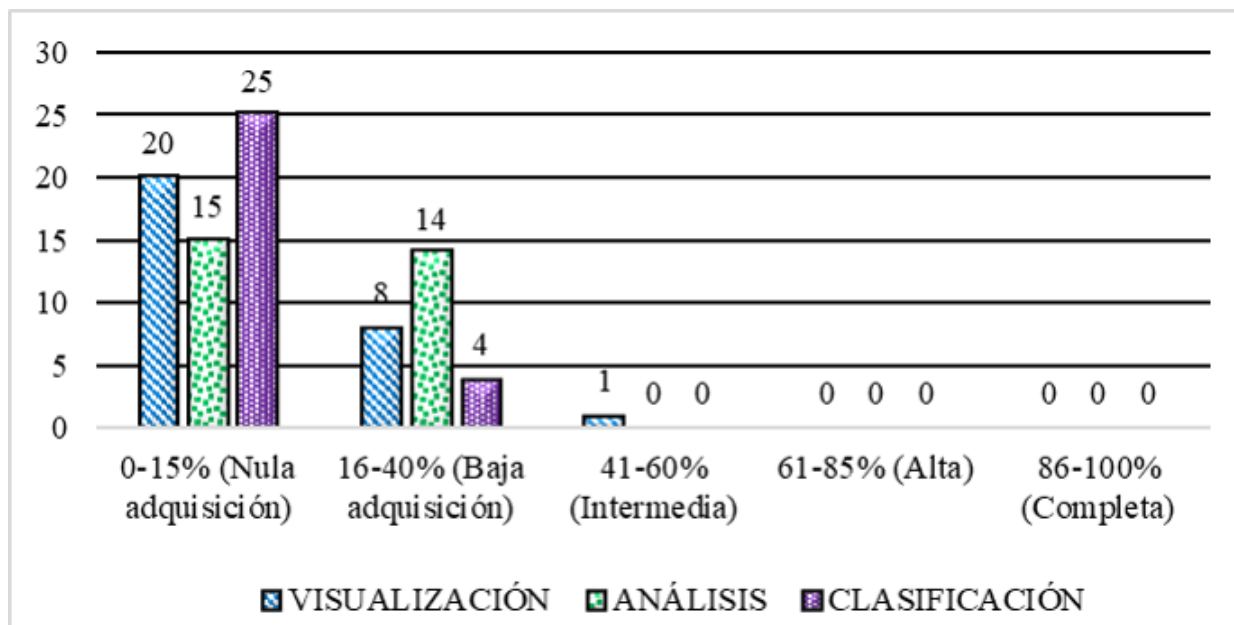
doctor y uno el de magíster).

se presentan en los siguientes diagramas de barras que muestran los grados adquisición por cada nivel de razonamiento.

Análisis de datos y discusión

Los resultados obtenidos del pretest y postest

Figura 1. Grados de adquisición del nivel de razonamiento del pretest

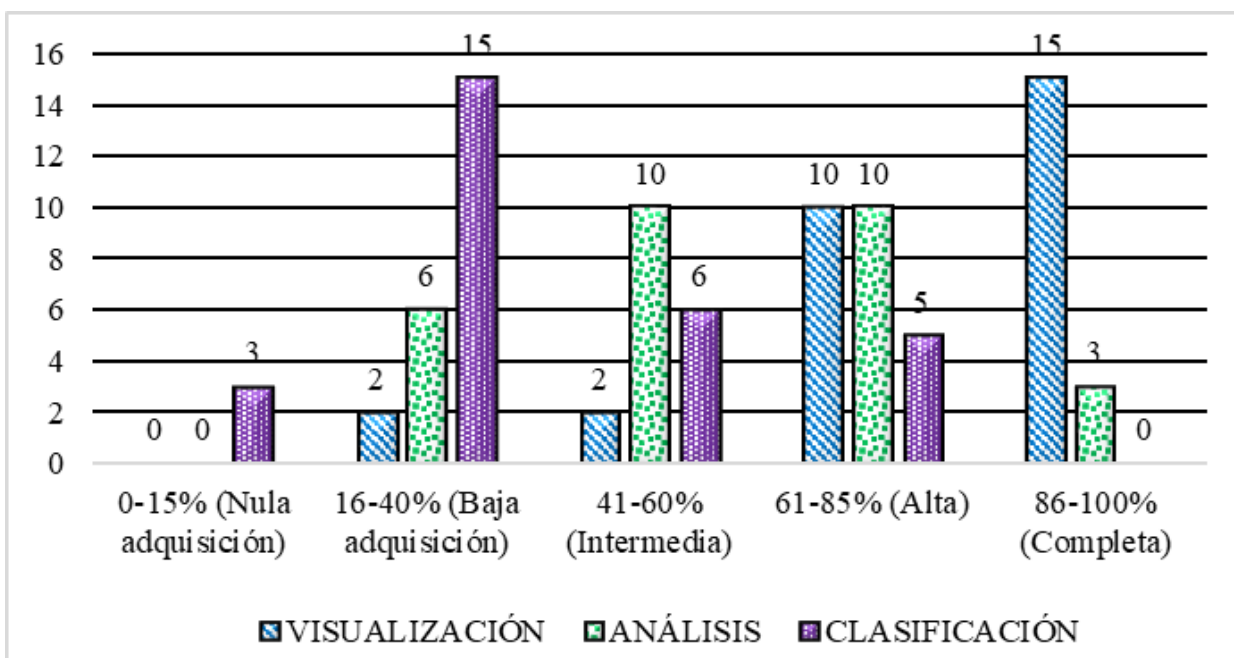


Fuente: Elaboración propia.

A partir de la figura 1, los resultados muestran que los estudiantes se encontraban entre una baja y nula adquisición; el 97% en el nivel de visualización, mientras que el 100% en los niveles de análisis y clasificación antes de la

aplicación del modelo de Van Hiele; implicando que el total de estudiantes evaluados desconocen parcial o completamente el campo temático de triángulos (definición, elementos, clasificación, propiedades básicas).

Figura 2. Grados de adquisición del nivel de razonamiento del postest



Fuente: Elaboración propia

En la figura 2 se observa los resultados de los grados de adquisición obtenidos después de la aplicación del modelo de Van Hiele; el 86%, 45% y 17% de estudiantes logró un grado de adquisición de alta y completa en el nivel de Visualización, Análisis y Clasificación, respectivamente, lo que implica que hubo un avance significativo de los grados de adquisición por cada nivel de razonamiento geométrico antes y después de la aplicación del modelo holandés; quiere decir que un porcentaje de los estudiantes pueden definir, identificar elementos, realizar una clasificación inclusiva de los triángulos, así como demostrar algunas propiedades básicas a partir de casos particulares.

Los logros más notables de los estudiantes son: el empleo de un lenguaje geométrico más adecuado, presentar una mejor justificación y explicación de sus respuestas empleando argumentos teóricos, evitando los argumentos

visuales, aunque con ciertas deficiencias en un porcentaje mínimo de estudiantes; proponer ejemplos y contraejemplos para justificar sus respuestas; asimismo, los estudiantes tienen un mejor criterio para clasificar los triángulos.

La prueba estadística para el nivel de razonamiento geométrico global, se realizó de la siguiente manera, fue necesario verificar la normalidad de la prueba para lo cual se empleó la prueba Shapiro Wilk, porque la muestra es menor que 50.

Criterio para determinar la normalidad:

P-valor (0,05); Aceptar H_0 = Los datos provienen de una distribución normal.

P-valor < (0,05); Aceptar H_a = Los datos NO provienen de una distribución normal.

La prueba se realizó con el paquete estadístico SPSS v.22, los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4. Prueba de normalidad del pretest y posttest

	Pruebas de normalidad					
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pretest	0,121	29	0,200*	0,955	29	0,248
Posttest	0,117	29	0,200*	0,952	29	0,203

Fuente: Archivo de los datos del investigador (SPSS v. 22)

El P-valor del pretest es 0,248 y del posttest es 0,203 y como ambos valores es mayor que el (0,05), se concluye que los datos del pretest y posttest provienen de una distribución normal.

La prueba "t de student", con $\alpha = 0,05$ y 28 grados de libertad, se obtuvo con el paquete estadístico SPSS v.22, cuyos resultados se muestran en las siguientes tablas:

Tabla 5. Estadísticas del pretest y posttest

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Pretest	144,397	29	734,550	136,403
	Posttest	566,379	29	1,693,862	314,542

Fuente: Archivo de los datos del investigador (SPSS v. 22)

Tabla 6. Resultados de prueba "t de student" para el pretest y posttest

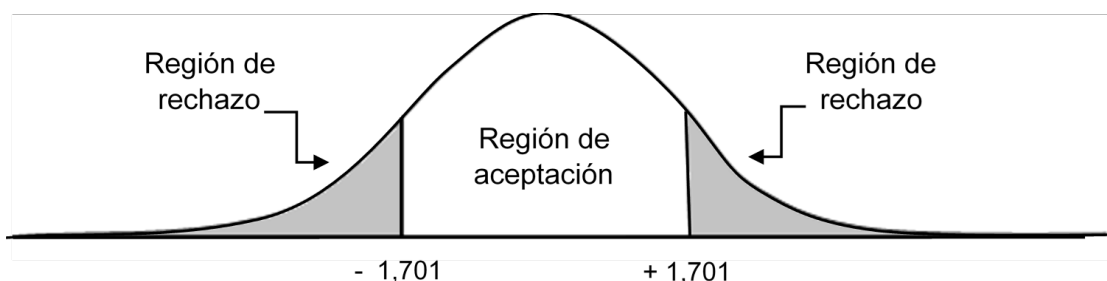
Prueba de muestras emparejadas								
	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pretest - Postest	-42,198	13,663	2,537	-47,395	-37,001	-16,632	28	0,000

Fuente: Archivo de los datos del investigador (SPSS v. 22)

La figura 3 muestra las regiones de rechazo y aceptación con un $\alpha = 0,05$; el valor crítico de la

estadística de prueba es 1,701; rechazar la H_0 si $t_c > 1,701$ o $t_c < -1,701$

Figura 3. Regiones de aceptación y rechazo para la prueba “t de student” para los grados de adquisición del nivel de razonamiento geométrico global en el pretest y postest



Fuente: Elaboración propia.

A partir de la tabla 6 se obtiene la “t de student” calculada que es -16,632, valor que se encuentra en la región de rechazo (Ver figura 3), por lo que se concluye que si existe una diferencia significativa en las medias de los grados de adquisición del nivel de razonamiento geométrico de triángulos antes y después de la aplicación del modelo Van Hiele. Con respecto a la hipótesis general que se planteó se ha logrado comprobar la hipótesis porque en los resultados obtenidos de las pruebas de entrada y salida (Ver figura 1 y 2) demuestran que los estudiantes han mejorado en el nivel de su razonamiento geométrico y en sus respectivos grados de adquisición. En el grupo, antes de ser sometido a las sesiones experimentales, el 97% de los estudiantes tenían un nivel de razonamiento geométrico del nivel 1 (visualización), con un grado de nula y baja adquisición, luego de pasar por las 5 fases de aprendizaje por cada nivel de razonamiento: visualización, análisis y clasificación en el cual los estudiantes han participado activamente en el desarrollo de las actividades propuestas, logrando elevar su nivel de razonamiento geométrico, tal como lo demuestra los resultados del postest en el cual los estudiantes elevaron su nivel de razonamiento al nivel 2 (análisis) con un grado de adquisición de intermedio y alto, asimismo en el nivel 3 (clasificación) con un grado de adquisición de bajo e intermedio.

Es importante tener en cuenta que la aplicación y evaluación del modelo de Van Hiele difiere mucho del sistema tradicional de evaluación, cuyos instrumentos ampliamente empleados, denominados exámenes mensuales, bimestrales, parciales, etc. que solo asignan puntajes por las respuestas correctas y sumar dichos puntaje para obtener el rendimiento de un determinado estudiante; sin

embargo, el modelo de Van Hiele, propone averiguar el lenguaje geométrico que un estudiante emplea para justificar sus respuestas; en dichas justificaciones es donde se puede identificar el nivel de razonamiento geométrico, tal como lo manifiesta Corberán et al. (1994, p.101): *la determinación del nivel de razonamiento de un estudiante no debe deducirse de qué cuestiones conteste, sino de cómo las conteste*, por lo que es necesario ofrecer a los estudiantes actividades que promuevan su razonamiento y pongan en juego las justificaciones que puedan dar, invitándoles a la demostración y validación de sus respuestas mediante la experimentación, por lo que se recomienda elaborar ítems con respuestas abiertas, y para su calificación elaborar sus respectivos descriptores (similar a las rúbricas de evaluación) a fin de que la evaluación sea más objetiva.

De acuerdo con los resultados obtenidos se valida la eficacia del modelo de Van Hiele por facilitar el progreso en el nivel de razonamiento que un estudiante posee, permite corregir el lenguaje geométrico. El modelo holandés se puede aplicar en los diferentes niveles de la EBR, tal como lo demuestran las diversas investigaciones realizadas a nivel internacional y nacional, por ejemplo: Zambrano (2005), Cabello (2013), Maguiña (2013), Santos (2014), Venegas (2015), Prat (2015) y Moreno (2017) cuyos resultados también demuestran que el modelo de Van Hiele facilita el avance de un nivel de razonamiento geométrico inferior a uno superior en los diversos campos conceptuales de la geometría, así mismo en el desarrollo de competencias y capacidades tal como lo propone el Currículo Nacional de la Educación Básica elaborado por el Ministerio de Educación (2017b), porque como lo manifiestan Corberán

et al. (1994, p. 98):

...el nivel de razonamiento geométrico va acompañado necesariamente de un aprendizaje de los contenidos sobre los que se ha trabajado, mientras que la situación inversa (aprendizaje de los contenidos implica mejora en el razonamiento) no tiene por qué ocurrir, como lo demuestran las clases de tipo rutinario y memorístico en las que los estudiantes aprenden nuevas definiciones, enunciados de propiedades, algoritmos, etc., pero realmente no las comprenden y no son capaces de utilizar estos conocimientos fuera de las situaciones en las que se han entrenado.

Sin embargo también existen investigaciones como de Jara (2015), Flores (2015), Checy (2015), Santana (2016), Carhuapoma y Huamán (2018) en las cuales solo se consideró una parte del modelo, es decir la secuencia didáctica que facilita organizar actividades de aprendizaje; ello con el objetivo de mejorar puntuaciones (notas vigesimales en su mayoría), dejando de lado la parte del desarrollo del razonamiento geométrico que en realidad es el objetivo y la razón de ser del modelo de Van Hiele; del mismo modo los instrumentos no fueron los adecuados para evaluar el razonamiento de los estudiantes; frente a estas situaciones es necesario la divulgación del modelo holandés para su correcta aplicación y elaboración de instrumentos de evaluación pertinentes.

Conclusión

Se demostró que la aplicación del modelo de Van Hiele facilitó avanzar en el nivel de razonamiento geométrico (visualización, análisis y clasificación), debido a que la “t de student” calculada fue -16, 632 por lo que se rechazó la hipótesis nula, concluyéndose que sí existe una diferencia significativa en las medias de los grados de adquisición del nivel de razonamiento geométrico de los triángulos antes y después de la aplicación del modelo Van Hiele; asimismo, existió una diferencia significativa en las medias de los grados de adquisición del nivel de razonamiento geométrico de triángulos antes y después de la aplicación del modelo de Van Hiele, pasando del nivel 1 (visualización) con un grado de adquisición de nula y baja al nivel 2 (análisis), con un grado de adquisición entre intermedia y alta, y se encuentran desarrollando habilidades en el nivel 3 (clasificación), al pasar de un nivel de adquisición nula a un nivel de

adquisición baja e intermedia.

Las respuestas que dieron los estudiantes en los diversos ítems de la prueba de salida demuestran que los estudiantes pueden realizar explicaciones, justificaciones empleando argumentos teóricos evitando los argumentos visuales, aunque con ciertas deficiencias en un porcentaje mínimo de estudiantes con respecto al empleo adecuado del lenguaje geométrico.

Referencias bibliográficas

- Afonso, M.C. (2003). *Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio*. (Tesis doctoral, Universidad de la Laguna, España). Recuperado de: <http://tesis.bbt.kull.es/ccppytec/cp157.pdf>
- Berritzegune de Donosti, F. (s.f.). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Recuperado de: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Burger, W y Shaughnessy, J. (1986). *Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry*. Traducido por María Luisa Luna (E.U. de Magisterio – Universidad de Cádiz); revisado por Ángel Gutiérrez (Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia). Recuperado de: <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/BurgerShaughnessy86.pdf>
- Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri*. (Tesis Doctoral, Universidad de Salamanca, España). Recuperado de: https://gredos.usal.es/.../DMA_CabelloPardos_AnaBelen_modelizacion_Van_Hiele.pdf
- Cámara, A. & Tarazona, J. (2015). Propuesta de currículo basado en competencias para la carrera profesional de matemática y física. *Revista Valdizana*. 9 (4), pp. 4 – 10. Recuperado de: <http://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/42/43>
- Carhuapoma, L. y Huamán, A. (2018). *Modelo de van hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en estudiantes del cuarto grado de “José Carlos Mariátegui; Pampachacra – Huancavelica*. (Tesis de grado, Universidad Nacional de Huancavelica, Perú). Recuperado de: <http://repositorio.unh.edu.pe/handle/UNH/1771>

- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid – España: DIN Impresores, Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Recuperado de: <https://www.uv.es/gutierrez/archivos1/textos/pdf/CorOtr94.pdf>
- Checyá, V. (2015). *Comprensión del objeto triángulo en estudiantes del sexto grado de primaria a través de una propuesta basada en el Modelo Van Hiele*. (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6570/CHECYA_SOTTA_VALENTIN_COMPRENSION_TRIANGULO.pdf?sequence=1
- D'amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá – Colombia: Magisterio.
- Flores, L. (2015). *Implementación de estrategias metodológicas para mejorar el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes del 3ro de secundaria de la institución educativa "Edgar Valer Pinto."* (Tesis de grado, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú). Recuperado de: <http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/4863/EDflvel.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Holguin, J., Villa, C., Montalvo, M., Villena, M., Carrasco, Y. & Espinola, L. (2019). Significado del aprendizaje–enseñanza de la matemática en contextos lingüísticos del quechua y citadinos. *Revista Valdizana*. 13 (3), pp. 143 – 155. doi: <https://doi.org/10.33554/riv.13.3.343>
- Jara, C. (2015). *Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del Software Geogebra en el Aprendizaje de la geometría en tercer grado de educación secundaria del Colegio San Carlos de Chosica, 2014*. (Tesis de maestría, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle La Cantuta, Perú). Recuperado de: <http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/954/TM%20CE-Em%20J24%202015.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele*. En Llinares, S.; Sánchez, M. V. Teoría y Práctica de educación matemática, pp. 299 - 384. Recuperado de: <https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>
- Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele*. (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4733/MAGUI%C3%91A_ROJAS_ALBERT_PROPOSTA_CUADRILATEROS.pdf?sequence=1
- Ministerio de Educación. (2017a). *El Perú en PISA 2015. Informe nacional de resultados*. Lima: Oficina de Medición de la calidad de los aprendizajes. Recuperado de: http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Libro_PISA.pdf
- Ministerio de Educación. (2017b). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima. Recuperado de: <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Moreno, A. (2017). *Mejorar las competencias matemáticas en los profesores de la enseñanza primaria de Porto Amboim, Cuanza Sur Angola. Una propuesta metodológica para la enseñanza de la geometría basada en el modelo de Van Hiele y fundamentada en el uso de las TIC*. (Tesis doctoral, Universidad de Granada, Portugal). Recuperado de: <https://hera.ugr.es/tesisugr/28141209.pdf>
- Prat, M. (2015). *Extensión del Modelo de Van Hiele al concepto de área*. (Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, España). Recuperado de: <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/63246/-PRAT%20-%20Extensi%C3%B3n%20del%20modelo%20de%20Van%20Hiele%20al%20concepto%20de%20%C3%A1rea.pdf?sequence=1>
- Santana, K. (2016). *Propuesta de secuencia metodológica en geometría para primer año de la enseñanza media, basada en resolución de problemas y su relación con el modelo de Van Hiele*. (Tesis de grado, Universidad Austral de Chile). Recuperado de: <http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2016/bpms232p/doc/bpms232p.pdf>
- Santos, E. (2014). *El Modelo Van Hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del Geogebra*. (Tesis de maestría, Pontificia Universidad

- Católica del Perú). Recuperado de:
http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5769/SANTOS_NAPAN_ENRIQUE_MODELO_VAN_HIELE.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. (Tesis doctoral, Universidad Real de Utrecht). Recuperado de:
<https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>
- Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*. 27(1), pp. 74-94. Universidad Nacional Heredia, Costa Rica. Recuperado de:
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005>
- Venegas, M. (2015). *Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele al resolver problemas geométricos: un estudio con alumnos de 13 a 16 años en Cantabria*. (Tesis de maestría, Universidad de Cantabria, España). Recuperado de:
<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6837/VenegasPerezIrene.pdf>
- Vílchez, N. (2004). *Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia, Aplicación a la Primera Etapa de Educación Básica*. (Tesis doctoral, Universitat Rovira I Virgili, España). Recuperado de:
<http://repositori.urv.cat/fourrepopublic/search/item/TDX%3A706>
- Zambrano, M. (2005). Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele en estudiantes de Educación Integral de la UNEG (Tesis de maestría, Universidad Nacional Experimental de Guayana, Venezuela). Recuperado de:
http://www.cidar.uneg.edu.ve/DB/bcuneg/EDOCs/TESIS/TESIS_POSTGRADO/MAESTRIAS/EDUCACION/TGMLZ35M652005MoisesZambrano.pdf