

EL MÉTODO GRÁFICO Y EL APRENDIZAJE DEL DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES EN ALUMNOS DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA DE LA UNHEVAL-2014

THE GRAPHICAL METHOD AND LEARNING IN THE DOMAIN AND RANGE OF FUNCTIONS IN STUDENTS OF THE CAREER OF MATHEMATICS AND PHYSICS OF THE UNHEVAL-2014

MELECIO PARAGUA MORALES

Universidad Nacional Hermilio Valdizán

e-mail: paraguamoraes@gmail.com

Recibido el 7 de julio 2014

Aceptado el 5 de diciembre 2014

RESUMEN

El problema que se detectó en la Especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL es que los alumnos con mucha dificultad podían determinar el dominio y rango de las funciones de manera analítica; ello constituye un problema de magnitud, porque serán docentes de matemática y física; o sea, docentes sin capacidades específicas ejerciendo la docencia para estudiantes de Educación Básica en plena formación, en la cultura matemática; por tanto, es probable que esto sea uno de los factores de la deficiencia en el aprendizaje de los alumnos de educación básica.

Debido a lo dicho y tratando de paliar en algo el problema de aprendizaje del dominio y rango de funciones, en la investigación, se propone la aplicación del método gráfico con la ayuda del programa Geogebra, entonces en función a ello, el informe final ha sido diseñado de la siguiente manera:

Capítulo I, incluye todo lo referente al problema de investigación como, descripción del problema, formulación del problema de investigación, objetivos, hipótesis, justificación e importancia, viabilidad, limitaciones, etc.

Capítulo II, incluye el marco teórico, donde está considerado: los antecedentes de la investigación, las teorías básicas y la definición conceptual de términos usados en la investigación.

Capítulo III, en este bloque está considerado todo lo referente al marco metodológico de la investigación, que son el tipo de investigación, diseño y esquema, población y muestra, instrumentos de recolección de datos, y las técnicas para el análisis y procesamiento de los datos.

Capítulo IV, se considera los resultados obtenidos en el trabajo de campo, debidamente procesados con un analizador estadístico; en esta parte se presenta la aplicación de la estadística descriptiva y la estadística inferencial con la prueba de hipótesis para la diferencia de medias, dicho estadígrafo permitió el contraste del objetivo general o la hipótesis general.

Luego, está incluido la discusión de resultados donde se analiza lo hallado durante el trabajo de campo, y en lo posible, está contrastado con referencias bibliográficas; además, están las conclusiones, sugerencias, la bibliografía y los anexos.

Palabras Clave: método gráfico, aprendizaje del dominio, rango de funciones

ABSTRACT

The problem that has been detected in the Specialty of Mathematics and Physics at UNHEVAL is that students determine the domain and range of functions analytically with much difficulty; this is indeed a very worrisome problem since they will be teaching Math and Physics without enough skills at basic levels where students are in formation and discovering the foundations of Maths; which is likely to be one of the reasons of many deficiencies in students at basic levels.

Because of what has been said and to try to decrease the problem of learning domain and range of functions, in this research it is been proposed the application of the graphical method with the Geogebra software; hence the final report has been designed as follows:

Chapter I includes everything related to the research question as: description of the problem, formulation of the research problem, objectives, hypothesis, justification and importance, feasibility, limitations, etc.

Chapter II includes the theoretical framework, where is considered: the background of the research, the basic theories and conceptual definition of terms used in the research.

Chapter III, in this part is considered everything about the methodological framework of the research, which are: the type of research, design and layout, population and sample, data collection instruments, and techniques for the analysis and processing data.

Chapter IV, is considered the results of the fieldwork, properly processed with statistical analyzer; in this part it is shown the application of descriptive and inferential statistics with statistical hypothesis test for the media differences that allowed the contrast of the overall objective or general hypotheses. Then it appears the discussion of results where is analyzed what was found during the field work, and it is contrasted with references; also there are findings, suggestions, bibliography and appendices.

Keywords: graphic method, learning domain, range of functions

INTRODUCCIÓN

Los alumnos en general de los diferentes niveles han desarrollado la capacidad de resolver ejercicios a través de problemas tipo; es decir, han aprendido por mecanización, este tipo de aprendizaje ha sido incorporado en su esquema mental y como consecuencia lo tienen como cultura matemática, algo un tanto difícil de cambiar, es por ello que el alumno, tanto en primaria, secundaria o superior, en las asignaturas de matemática, en primera instancia, esperan el dictado por parte del docente de un ejercicio o problema, sin importar la teoría, el axioma, el teorema o propiedades que sustentan el tema tratado, entonces, se puede deducir que el aprendizaje se está produciendo por mecanización y con ello, desarrollando la capacidad solo de memoria; este tipo de aprendizaje es muy frágil, tiene una corta duración, debido a que el cerebro humano no acumula conocimientos, pues, no tiene una capacidad enorme de almacenamiento, los antiguos se van renovando por los nuevos y pronto se queda sin nada de la semana anterior, a no ser que sea un aprendizaje significativo.

Esto se debe, también, a que los docentes en educación primaria basan el desarrollo de la asignatura en la resolución de ejercicios, como consecuencia de ello, los alumnos se van esquematizando a algoritmos por cada tema tratado. Para el caso de funciones, se han quedado en que hay un conjunto de partida y un conjunto de llegada y que los elementos del primero es el dominio y los elementos del segundo es el rango, esto es la base teórica

para entender lo que sucede con las funciones polinómicas, racionales, radicales, etc.; sin embargo, esto pasa al olvido porque los alumnos se van formando de manera práctica.

En las funciones lineales, se puede hallar dos, tres, cinco o cien puntos por tabulación, y decir que ellos son los elementos del dominio; sin embargo, con dos puntos de dicha tabulación se traza una recta infinita por ambos lados y observando el gráfico se puede deducir que para cada "x" que se asuma en la tabulación en cualquier extremo, siempre habrá un valor para "y", ello permite determinar fácilmente que el Dominio es el conjunto de los números Reales (R) y que el rango también es el conjunto de los números Reales (R). Además, para la orientación de la recta hay que tener en cuenta el signo de la pendiente.

Para las funciones polinómicas, a partir del grado dos, ya no es recomendable la tabulación; en el caso específico, de la función cuadrática por tabulación o analíticamente ya es de mayor dificultad determinar el dominio y rango; sin embargo, con ayuda del programa Geogebra se grafica la función y se observa en el gráfico que para cada "x" sigue saliendo valores en "y", por lo tanto el dominio de una función cuadrática es el conjunto de los Reales (R), Entonces, debe usarse el mismo criterio para las funciones de grado tres o más. En las funciones cuadráticas si la pendiente es negativa, la parábola abre hacia abajo y si es positivo, hacia arriba, entonces el rango es un intervalo a partir del punto mínimo o máximo hacia el infinito positivo o negativo.

Para las funciones racionales, con radicales y otros

tipos existen reglas específicas analíticamente para hallar el dominio y rango; sin embargo, realizar el gráfico con ayuda del programa Geogebra, ayuda a visualizarlo y determinar el dominio y rango de manera visual.

En consecuencia el gráfico es una gran ayuda para determinar el dominio y rango de una función cualquiera, de manera visual.

El problema detectado permitía formularla de la siguiente manera: ¿En qué medida la aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014? Concordante con ello el objetivo fue de la siguiente manera: Determinar que la aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014. La hipótesis formulada fue del tipo estadístico: H_0 : La aplicación del método gráfico no mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014. H_a : La aplicación del método gráfico mejora los niveles de aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014. En consecuencia, la Variable Independiente: Método gráfico con Geogebra y la Dependiente: Aprendizaje del dominio y rango de funciones.

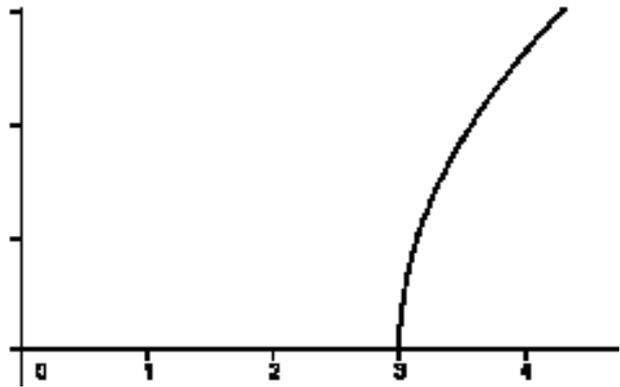
Como antecedentes del estudio se han considerado los siguientes: Paredes Labra, Joaquín (1995) en la tesis: "Aplicación interactiva por descubrimiento de los usos de recursos y materiales didácticos en Educación secundaria estudio de los casos de dos centros". Se propuso medir el grado de efectividad de los recursos y materiales didácticos en cada clase. La investigación fue del tipo Explicativo y el diseño fue Cuasiexperimental, y llegó a la siguiente conclusión: Que el uso de recursos y materiales didácticos en cada clase de manera sistemática y con mucha pertinencia son muy beneficiosos para el aprendizaje de los alumnos. Propone que el profesor debe usar los recursos y materiales didácticos en cada clase de manera sistemática y con mucha pertinencia. Dicha aplicación debe ser de manera interactiva y por descubrimiento. Rodríguez Benavides, Juan (Piura - 2008) en la tesis: "Influencia de la aplicación del plan

de acción jugando con la matemática" donde planifica la aplicación de manera constructiva para lograr el desarrollo de capacidades en el área de matemática con los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa PNP " BASILIO RAMIREZ PEÑA" y llegó a la siguiente conclusión: "Que el plan de acción jugando con la matemática, influyó significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas, demostrado mediante la prueba estadística "t" de Student a un nivel de significancia de 5%, y un valor crítico calculado de 2.684". Viviano Tumbay, Alejandro (2008): en la tesis: "El Ludotrix y el aprendizaje de la Matemática", aplica de manera activa el juego matemático con la finalidad de obtener logros en el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos, y llegó a la siguiente conclusión: Que la utilización del Ludotrix en el aprendizaje de la matemática da mejores resultados cuando se aplica con mayor frecuencia. Además, el Ludotrix estimula y orienta el proceso educativo permitiendo al alumno adquirir informaciones, experiencias, actitudes y normas de conducta de acuerdo a los objetivos que se quiere lograr. Albino Maylle, Juan y Otros (2001), en la tesis: "El método interactivo y el aprendizaje de la matemática en el tercer grado del C.N. de Aplicación, UNHEVAL - 2001" se propusieron aplicar el método interactivo en el aprendizaje de la matemática, el tipo de investigación fue explicativa con un diseño cuasiexperimental, llegaron a la conclusión que mediante la aplicación del método interactivo se obtiene resultados favorables en el aprendizaje de los alumnos en el área de matemática. Céspedes Galarza, Quintidiano Napoleón (2008), en la tesis: "La pedagogía interactiva y su influencia en el nivel de logro del aprendizaje significativo de los alumnos del pebafa del ciclo avanzado del cebsa "Leoncio Prado Gutiérrez"- Huánuco 2008", realiza un estudio de tipo Explicativo y diseño Cuasiexperimental, con la finalidad de comparar la influencia de los fundamentos teóricos, doctrinales y tecnológicos de la pedagogía interactiva en el nivel de logro del aprendizaje significativo de las áreas de administración general, estadística y tutoría; luego concluye que su aplicación en el proceso enseñanza aprendizaje permite elevar el nivel de logro del aprendizajes de los alumnos, como consecuencia

recomienda aplicar la pedagogía interactiva en el proceso de enseñanza aprendizaje.

TEORÍA BÁSICA: Es preciso decir que el dominio de una función está constituido por el conjunto formado por los elementos que tienen imagen; el conjunto de partida. En el plano cartesiano se ubica a lo largo del eje horizontal o abscisas, leyendo como se escribe; es decir de izquierda a derecha. Y que el rango de una función también llamado imagen; son los valores que toman la variable "y", comúnmente denominado variable dependiente; la nomenclatura común es " $f(x)$ ", en la evaluación su valor depende del valor que se le asigne a "x". En el plano cartesiano se ubica a lo largo del eje vertical u ordenadas, su lectura se realiza de abajo hacia arriba. La manera práctica para determinar el Dominio y Rango de una función es graficándolo y luego ver los valores que toman las variables "x" y "y", de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, respectivamente. Para el cálculo del dominio de una función se introduce el concepto de restricción en el conjunto de reales (R), con la finalidad que dichas restricciones ayuden a identificar de manera más fácil la existencia del dominio de una función. Estas restricciones ayudan a identificar la existencia del dominio de una función. Entre ellas, se tiene a las siguientes: Dominio de una raíz n-ésima de $f(x)$: No existe restricción si el índice "n" es impar, pero si "n" es par, la función $f(x)$ necesariamente deberá ser mayor o igual que cero, ya que las raíces negativas no están definidas en el conjunto de los números reales. Por ejemplo: $f(x) = \sqrt{7x - 21}$. En el ejemplo propuesto el índice "n=2" de la raíz es par, por tanto según la restricción se tiene: $7x - 21 \geq 0$; resolviendo la desigualdad, se tiene que $x \geq 3$. El dominio entonces será el conjunto de todos los números reales en el intervalo: $[3, +\infty)$. Para el rango con los valores del intervalo, por evaluación se van obteniendo los valores de "y". Ejemplo: $f(3)=0$; $f(4)=\sqrt{7}$; $f(5)=\sqrt{14}$; ... En consecuencia, el rango representado como intervalo sería: $[0; \infty)$. Toda la deducción descrita se puede obviar con simplemente observar el siguiente gráfico, producto de haber escrito la función $f(x) = \sqrt{7x - 21}$ en el programa Geogebra:

Gráfico N° 01



Fuente: función $f(x) = \sqrt{7x - 21}$, diseño para la investigación.

De otro lado, el Dominio de un Logaritmo de $f(x)$: se encuentra que el logaritmo está definido solo para números positivos, en consecuencia, toda función contenida dentro de un logaritmo debe ser necesariamente mayor que cero (0); es decir, se restringe para los reales negativos y el cero. Ejemplo, se tiene la función:

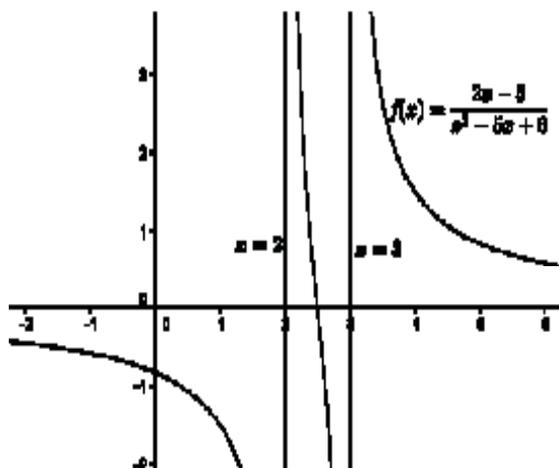
$\log(x^2-9)$. Como la propiedad afirma que el logaritmo solo está definido para los reales positivos; en consecuencia, para que esta función exista, es condición indispensable que: $x^2-9 > 0$; resolviendo la inecuación se obtienen los puntos críticos -3 y 3, los mismos que originan tres intervalos sobre la recta real, obteniéndose las siguientes soluciones como intervalos: $x > 3$ y $x < -3$. La forma adecuada de representar al dominio de esta función es: $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$. Dominio de una función racional: La ventaja de muchas propiedades matemáticas es que pueden ayudar a obtener el dominio de una función y excluir fácilmente puntos donde no se encuentran definidas las funciones; en este sentido, una función de forma fraccionaria, llamada racional, no estará definida cuando el denominador valga cero (0), ya que representa una indeterminación y da una tendencia al infinito; En consecuencia, el dominio de una función racional son los números Reales, menos los valores que anulan al denominador; porque en el conjunto de los R no existe un número cuyo denominador sea cero.

Ejemplo:

$$f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$$

Hallando los valores de "x" en el denominador. Luego: $x^2-5x+6=0$, resolviendo x asume los valores de 2 y 3, por evaluación, dichos valores anulan al denominador, en consecuencia, la forma de escribir e dominio para función que se analiza es: $D = R - \{2; 3\}$. En el siguiente gráfico se puede observar que para la curva que se genera en el tercer cuadrante hacia el cuarto cuadrante, su asíntota es $x=2$, y para la curva que se genera en el primer cuadrante, la asíntota es $x=3$, y, finalmente para la curva al centro, su asíntota son $x=2$ y $x=3$; esta observación del gráfico permite escribir el dominio como intervalo de la siguiente forma: Dominio = $(-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (3; \infty)$.

Gráfico N° 02



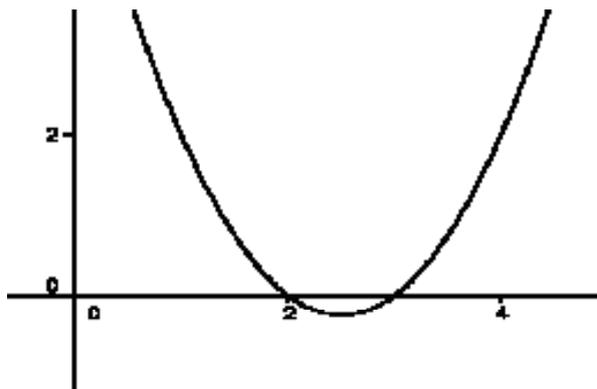
Fuente: función $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ diseño para la investigación.

Dominio de la función polinómica entera: El dominio de una función polinómica entera es el conjunto de los

R. Cualquier número real tiene imagen. Ejemplo: $f(x)=x^2-5x+6=0$ Se observa que la función es cuadrática, la pendiente es positiva, por lo tanto, la gráfica se abre hacia arriba y tiene un punto mínimo en $(2,5; -0,25)$. En este caso el Dominio es el conjunto de los R y el rango está contenido en el intervalo $[-0,25; \infty)$. En el gráfico se observa que el dominio son los números reales (Dominio = Reales), y tiene un mínimo en el punto $(5/2; -1/4)$, en consecuencia el Rango = $[-1; \infty)$

4

Gráfico N.º 03



Fuente: función $f(x)=x^2-5x+6$, diseño para la investigación.

MATERIALES Y MÉTODOS

El tipo Explicativo y el diseño es un estudio cuasi experimental según Paragua (2012), bajo el esquema:

GE: O1-----x-----O2-----x-----O3
 GE: O1-----O2-----O3

La población y muestra se presenta en el siguiente cuadro N° 1

ALUMNOS DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - 2014

| | NÚMERO DE ALUMNOS | | TOTAL | TOTAL GC | TOTAL GE |
|---------|-------------------|---------|-------|----------|----------|
| | VARONES | MUJERES | | | |
| PRIMERO | 13 | 15 | 28 | 28 | |
| SEGUNDO | 11 | 12 | 23 | | 23 |
| TERCERO | 21 | 13 | 34 | | 34 |
| CUARTO | 10 | 08 | 18 | 18 | |
| QUINTO | 11 | 14 | 25 | | 25 |
| | | | 128 | 46 | 82 |

Fuente: Nomina de matrícula - 2014
 Elaboracion: Los investigadores

Los instrumentos de recolección de datos fueron PRUEBAS DE EVALUACIÓN ESCRITA, con la denominación de prueba de entrada (PE), prueba de proceso (PP) y prueba final (PF). Cada uno con 10 preguntas, cuya calificación está en la escala de 0 a 20 puntos. Las Técnicas de procesamiento de datos se usaron la Estadística descriptiva e inferencial; además, se hizo una prueba de hipótesis de la diferencia de medias, con la distribución normal z.

RESULTADOS

El trabajo de campo se realizó con los alumnos

de la especialidad de matemática y física de la Facultad de Ciencia de la Educación (UNHEVAL), tal como estaba especificado en la muestra y se presenta a continuación algunas aplicaciones prácticas hechas en clases por los alumnos, donde hallaron el dominio y rango primero de manera analítica y luego lo visualizaron utilizando el programa geogebra:

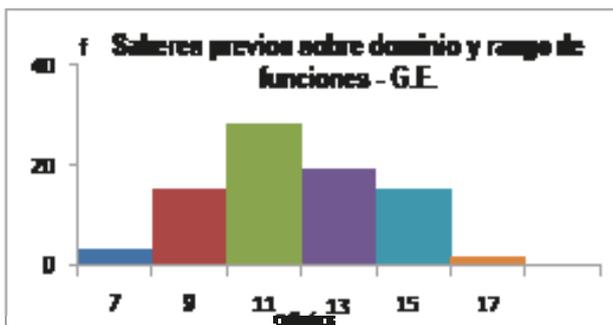
Tabla N.º 03

RESULTADO DE SABERES PREVIOS SOBRE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES DEL GRUPO EXPERIMENTAL – MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL. G. E.

| Resultados: Prueba de Entrada – G. E. | | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|--------------------------|-------|--------|----|
| 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | | | | |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | Media | 11.33 | 7 | 3 |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | Mediana | 11.00 | 9 | 15 |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | Moda | 10.00 | 11 | 28 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | Desviación estándar | 2.29 | 13 | 19 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | Varianza de la muestra | 5.24 | 15 | 15 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | Coficiente. de asimetría | 0.14 | 17 | 2 |
| 8 | 10 | 10 | 11 | 12 | 14 | Rango | 9.00 | | |
| 8 | 10 | 10 | 11 | 12 | 14 | Mínimo | 7.00 | | |
| 8 | 10 | 10 | 11 | 13 | 14 | Máximo | 16.00 | | |
| 9 | 10 | 11 | 11 | 13 | 14 | n | 82.00 | | |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | | | |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | | | |
| 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | | | | |
| 15 | 15 | 16 | 16 | | | | | | |

Fuente: Prueba de entrada

Gráfico N.º 08



Fuente: Prueba de saberes previos.

CONTRASTE DEL PRIMER OBJETIVO ESPECÍFICO: El análisis descriptivo del nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física eran REGULARES en su mayoría.

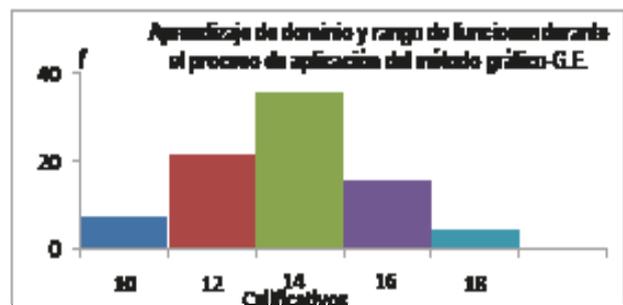
Tabla N.º 04

NIVEL DE APRENDIZAJE DE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES DURANTE EL PROCESO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO EN LOS ALUMNOS DE MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL. G. E.

| Resultados: Prueba de Proceso – G. E. | | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|--------------------------|-------|--------|----|
| 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | | | |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Media | 13.22 | 10 | 7 |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | Mediana | 13.00 | 12 | 21 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | Moda | 14.00 | 14 | 35 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Desviación estándar | 1.92 | 16 | 15 |
| 10 | 12 | 13 | 13 | 14 | 16 | Varianza de la muestra | 3.68 | 18 | 4 |
| 10 | 12 | 13 | 13 | 14 | 16 | Coficiente. de asimetría | 0.01 | | |
| 10 | 12 | 13 | 13 | 14 | 17 | Rango | 9.00 | | |
| 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 17 | Mínimo | 9.00 | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 14 | 17 | Máximo | 18.00 | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 14 | 18 | n | 82.00 | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 14 | 15 | | | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 14 | 15 | | | | |

Fuente: Prueba de proceso

Gráfico N.º 09



Fuente: Prueba de proceso

CONTRASTE DEL SEGUNDO OBJETIVO ESPECÍFICO: El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física pasaron a ser BUENAS durante la aplicación del método gráfico.

Tabla N.º 05

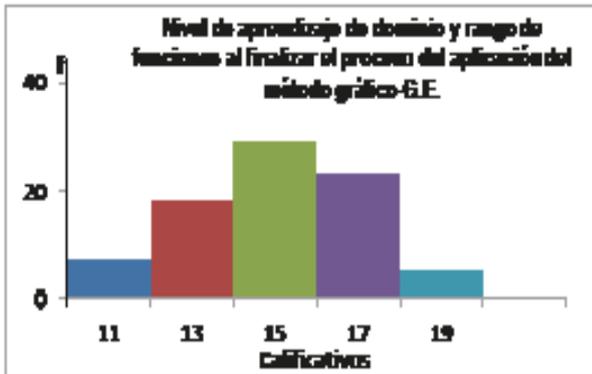
NIVEL DE APRENDIZAJE DE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES AL FINALIZAR EL PROCESO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO EN LOS ALUMNOS DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL. G. E.

| Resultados: Prueba de Salida – G. E. | | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|--------------------------------------|----|----|----|----|----|--------------|-------|--------|----|
| 10 | 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | | |
| 10 | 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | Media | 14.49 | 11 | 7 |
| 11 | 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | Mediana | 15.00 | 13 | 18 |
| 12 | 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | Moda | 16.00 | 15 | 29 |

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----------------------------|-------|----|----|
| 13 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 16 | Desviación estándar | 1.98 | 17 | 23 |
| 14 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Varianza de la muestra | 3.93 | 19 | 5 |
| 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Coefficiente. de asimetría | -0.09 | | |
| 16 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | Rango | 9.00 | | |
| 17 | 12 | 14 | 15 | 15 | 16 | 18 | Mínimo | 10.00 | | |
| 18 | 12 | 14 | 15 | 15 | 16 | 18 | Máximo | 19.00 | | |
| 19 | 12 | 14 | 15 | 15 | 16 | 19 | n | 82.00 | | |
| 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | 16 | | | | | |
| 11 | 13 | 14 | 15 | 16 | 16 | | | | | |

Fuente: Prueba final

Gráfico N.º 10



Fuente: Prueba final

CONTRASTE DE TERCER OBJETIVO: El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física quedaron como BUENAS al finalizar la aplicación del método gráfico, con una ligera tendencia hacia la clase Muy Buena.

CONTRASTE DE CUARTO OBJETIVO: El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física indican que de Media = 11.33 pasaron a Media = 14.49; es decir, se tuvo una mejora de 3.16 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectivo para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.

Tabla N.º 06

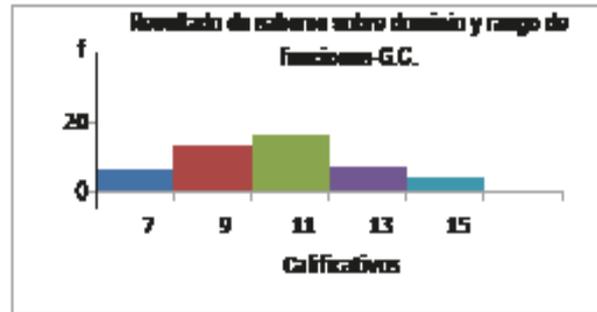
NIVEL DE SABERES PREVIOS SOBRE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES EN LOS ALUMNOS DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL. G. C.

| Resultados: Prueba de Entrada – G. E. | | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|---------------------------------------|---|----|----|----|----|--------------|-------|--------|----|
| 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | Media | 10.04 | 7 | 6 |
| 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | Mediana | 10.00 | 9 | 13 |

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----------------------------|-------|----|----|
| 7 | 9 | 10 | 11 | 14 | 14 | Moda | 10.00 | 11 | 16 |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 14 | 15 | Desviación estándar | 2.26 | 13 | 7 |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 15 | 15 | Varianza de la muestra | 5.11 | 15 | 4 |
| 7 | 9 | 10 | 12 | 15 | 15 | Coefficiente. de asimetría | 0.35 | | |
| 8 | 9 | 10 | 12 | | 15 | Rango | 9.00 | | |
| 8 | 9 | 10 | 12 | | 15 | Mínimo | 6.00 | | |
| 8 | 9 | 10 | 12 | | 15 | Máximo | 15.00 | | |
| 8 | 10 | 11 | 13 | | 15 | n | 46.00 | | |

Fuente: Prueba de entrada

Gráfico N.º 11



Fuente: Prueba de entrada

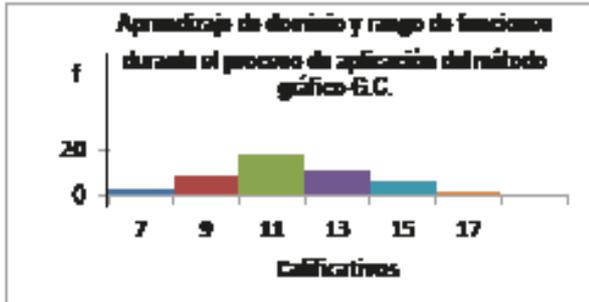
Tabla N.º 7

NIVEL DE APRENDIZAJE DE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES DURANTE EL PROCESO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO EN LOS ALUMNOS DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL. G. C.

| Resultados: la Prueba de Proceso – G.C. | | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|---|----|----|----|----|--|----------------------------|-------|--------|----|
| 6 | 9 | 11 | 12 | 14 | | Media | 11.07 | 7 | 3 |
| 7 | 10 | 11 | 12 | 14 | | Mediana | 11.00 | 9 | 8 |
| 7 | 10 | 11 | 12 | 14 | | Moda | 11.00 | 11 | 17 |
| 8 | 10 | 11 | 12 | 15 | | Desviación estándar | 2.25 | 13 | 11 |
| 8 | 10 | 11 | 13 | 15 | | Varianza de la muestra | 5.08 | 15 | 6 |
| 8 | 10 | 11 | 13 | 16 | | Coefficiente. de asimetría | -0.04 | 17 | 1 |
| 9 | 10 | 11 | 13 | | | Rango | 10.00 | | |
| 9 | 11 | 11 | 13 | | | Mínimo | 6.00 | | |
| 9 | 11 | 12 | 13 | | | Máximo | 16.00 | | |
| 9 | 11 | 12 | 14 | | | n | 46.00 | | |

Fuente: Prueba de proceso

Gráfico N.º 12



Fuente: Prueba de proceso

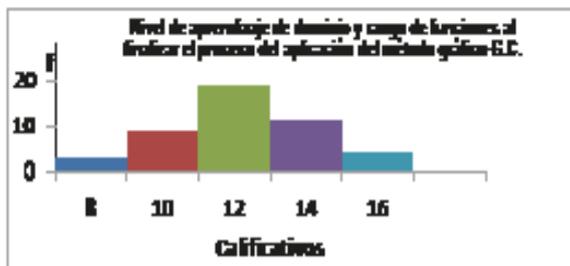
Tabla N.º 8

NIVEL DE APRENDIZAJE DE DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES AL FINALIZAR EL PROCESO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO EN LOS ALUMNOS DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA Y FÍSICA – UNHEVAL

| Resultados de la Prueba de Salida – G. C. | | | | | Estadígrafos | Valor | Clases | f |
|---|----|----|----|----|----------------------------|-------|--------|----|
| 7 | 10 | 12 | 12 | 14 | Media | 11.72 | 8 | 3 |
| 8 | 10 | 12 | 13 | 14 | Mediana | 12.00 | 10 | 9 |
| 8 | 11 | 12 | 13 | 15 | Moda | 12.00 | 12 | 19 |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | Desviación estándar | 2.03 | 14 | 11 |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | Varianza de la muestra | 4.12 | 16 | 4 |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 16 | Coefficiente. de asimetría | -0.16 | | |
| 9 | 11 | 12 | 13 | | Rango | 9.00 | | |
| 10 | 11 | 12 | 14 | | Mínimo | 7.00 | | |
| 10 | 11 | 12 | 14 | | Máximo | 16.00 | | |
| 10 | 12 | 12 | 14 | | n | 46.00 | | |

Fuente: Prueba final

Gráfico N.º 13



Fuente: Prueba de entrada

CONTRASTE DEL QUINTO OBJETIVO ESPECÍFICO

El análisis descriptivo del nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física al finalizar

la aplicación del método gráfico, indica una Media = 14.49 para el grupo experimental; también indica una Media = 11.72 del grupo de control; es decir, hay una diferencia de 2.77 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectivo para el aprendizaje de dominio y rango de funciones.

Los datos para la prueba de hipótesis son: $\mu_1 = 14.49$; $\mu_2 = 11.72$; $(\delta_e)^2 = 3.93$; $(\delta_c)^2 = 4.12$; 95% de confiabilidad; $E = 5\%$ como nivel de significancia, con cola a la derecha; y , $Z = 1.96$ para 95% de confiabilidad. Ello permitió la siguiente formulación de hipótesis: $H_0: \mu_E \leq \mu_C$ y $H_A: \mu_E > \mu_C$. La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad; y , se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad del 95%; y se usó la distribución normal z . Se calcula:

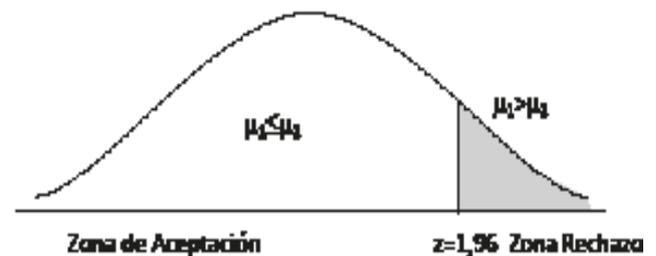
$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\delta_1^2}{n_1} + \frac{\delta_2^2}{n_2}}}$$

reemplazando se tiene:

$$Z = \frac{14.49 - 11.72}{\sqrt{\frac{3.93}{42} + \frac{4.12}{46}}}$$

Luego $Z = 7.49$

Gráfico N.º 14



Fuente: Distribución normal z

Ello permitió hacer el siguiente contraste del objetivo general: El valor $Z = 7.47$ en el gráfico que antecede, se ubica a la derecha de $z = 1.96$; es decir, en la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; es decir se tiene indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de dominio y

rango de funciones mejoran con la aplicación del método gráfico en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL – 2014.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La problemática actual de la matemática es su aprendizaje, es debido a ello que todas las personas vinculadas con este proceso buscan las formas o estilos de aprendizaje más efectivos y si esto involucra un aprendizaje significativo, mejor aún. Cabe recalcar que el aprendizaje competente de la matemática en la actualidad está vinculado con actividades de solución de problemas porque éstas son las herramientas que, desde siempre, se han empleado para acercar dicha disciplina al mundo real. Casi nadie puede comprender el sentido de aprender sumas, restas, fracciones o geometría si este aprendizaje no tiene una aplicación práctica; por eso, muchas veces se escucha a los estudiantes decir que las Matemáticas no sirven para nada o que es suficiente con saber hacer las operaciones básicas; para evitar esta opinión es preciso guiar el aprendizaje de la matemática de los alumnos en base a la solución de problemas vinculados con su vida cotidiana, y si este acto es esquematizado o graficado, es mucho mejor el aprendizaje. La característica del estudiante actual es la siguiente: Ante un problema propuesto después de una clase teórica de suma, por ejemplo, con su respectivo ejemplo, en primera instancia se disponen a resolver el problema sin haber leído el enunciado; esto se debe, a que el proceso aprendizaje – enseñanza está basado en buscar las palabras clave de una operación como: cuánto falta, cuánto sobra, entre todos, a cada uno, en total, o en su defecto a qué tipo de problema se adecúa; todo ello no le permite la comprensión del enunciado; así hallan un número por resultado, sin explicar qué quiere decir ni a qué se refiere, y totalmente descontextualizado. Durante el trabajo de campo, se observó que el temor de los estudiantes hacia los problemas matemáticos no radica en la falta de conocimientos para resolverlos, sino en una mala actitud ante ellos, en la carencia de habilidades de comprensión lectora para identificar lo que se pide y en la falsa creencia de que con una sola lectura puedes estar capacitado para resolver cualquier problema, sin embargo, no es así. Por

ejemplo, para el dominio y rango de funciones entendieron que el dominio se ubica sobre el eje "x" y el rango, sobre el eje "y"; para las funciones polinómicas y las funciones especiales como: la lineal, idéntica, cuadrática, etc., el dominio y rango está representado por los Reales (R); sin embargo, esto visualmente es mucho más fácil y con ayuda de GeoGebra se puede ver en tiempo real la trayectoria de la función gráficamente y así poder determinar su dominio y rango. Es por ello y con la finalidad de proporcionar a los futuros docentes de matemática y física estrategias y herramientas como un apoyo eficaz para desarrollar las competencias lógico matemáticas de los estudiantes, en el estudio se propuso el método gráfico para el aprendizaje de dominio y rango de funciones; es decir, complementar al método analítico de hallar el dominio y rango de funciones, con visualizaciones gráficas de las funciones. Además, como es dificultoso hacerlo mediante la tabulación, se propuso el uso del programa GeoGebra. Los resultados obtenidos fueron bastante alentadores, esto hace comprender que lo que se trata es de hacer intervenir en el proceso aprendizaje la mayor cantidad de sentidos posibles del estudiante durante su aprendizaje, esta acción se encaminan a desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes y la habilidad de volcar la teoría a la aplicación práctica al momento de graficarlo. El previo al desarrollo de todo problema debe pasar por los siguientes pasos: Leer con atención el problema completo; Decidir de qué o de quién se habla en el problema; Dibujar una barra unidad para cada sujeto del problema; Leer el problema de nuevo; esta vez deteniéndose en cada frase o en cada número, si hay más de uno por frase. El procedimiento operativo de esta teoría se desarrolla de la siguiente manera: Todo comienza con la lectura atenta del enunciado del problema; después, se decide de qué o de quién se habla en el problema. Si es necesario, se repite la lectura; se dibuja una barra unidad para cada sujeto del problema. La barra unidad es un rectángulo muy sencillo, en donde: se ilustra la barra o las barras unidad con la información que proporciona el problema; se identifica la pregunta del problema y se ilustra; se realiza las operaciones correspondientes y se escribe el resultado en el gráfico; y finalmente, se escribe la respuesta del problema como una oración

completa. La aplicación del método gráfico para la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, se trata la de funciones lineales o de primer grado; es decir, son rectas. La operatividad del método gráfico para resolver este tipo de sistemas consiste en representar en un sistema cartesiano ambas rectas y comprobar si se intersecan y si es así, dónde es la intersección, para ello se tiene el saber previo, que en el plano cartesiano, dos rectas sólo pueden tener tres posiciones relativas entre sí: se intersecan en un punto, son paralelos o son coincidentes; básicamente, aquí se entiende que, si se intersecan en un punto, las coordenadas de este punto es el par ordenado (x, y) y es la única solución del sistema; si son paralelas, no hay par ordenado, por lo tanto no hay solución; y, si son coincidentes, entonces hay infinitos puntos y como tal infinitas soluciones. Se llegó a las siguientes conclusiones: El nivel de saberes previos sobre dominio y rango de funciones de los alumnos de la especialidad de matemática y física eran REGULARES en su mayoría. El nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones pasaron a ser BUENAS durante la aplicación del método gráfico. El nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones quedaron como BUENAS al finalizar la aplicación del método gráfico, con una ligera tendencia hacia la clase Muy Buena. El nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones de Media = 11.33 pasaron a Media = 14.49; es decir, se tuvo una mejora de 3,16 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectivo para el aprendizaje de dominio y rango de funciones. El nivel de aprendizaje de dominio y rango de funciones al finalizar la aplicación del método gráfico, indica una Media = 14.49 para el grupo experimental; también indica una Media = 11.72 del grupo de control; es decir, hay una diferencia de 2.77 puntos en promedio, mostrándose que la aplicación del método gráfico es efectivo para el aprendizaje de dominio y rango de funciones. Respecto a la hipótesis alterna se concluye: Se tiene indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de dominio y rango de funciones mejoran con la aplicación del método gráfico en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL – 2014.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Paragua Morales, Melecio. (2014). Investigación Científica. Educación Ambiental con Análisis Estadístico. Editorial Académica Española. España. Madrid.
2. Paragua Morales, Melecio. (2012). Investigación Científica Aplicada a la Educación Ambiental con Análisis Estadístico. Editado por Sociedad Geográfica de Lima. Primera Edición. Ibegraf. Lima.
3. Paragua Morales, Melecio y Otros. (2008). Investigación Educativa. JTP Editores E. I. R. L. Huánuco. Perú.
4. Paragua Morales, Melecio y Rojas Flores, Agustín. (2002). Posicionamiento de los centros educativos. Delta Editores. Huánuco. Perú.
5. Ríos García, Sixto. (1997). Iniciación Estadística. Edit Paraninfo.
6. Hernández, Roberto. (2008). Metodología de la Investigación. Edit. McGraw. Hill. Colombia.
7. Tafur Portilla, Raúl. (1995). La Tesis Universitaria. Edit. Mantaro. Lima.
8. Buendía Eximan, Leonor. (1997). Métodos de Investigación en Psicopedagogía. Edit. McGraw Hill. España.
9. Sánchez Carlessi, Hugo. (1996). Metodología y diseños en la Investigación. Editorial Mantaro.
10. Kerlinger, Fred. (1992). Investigación del comportamiento. Edit. McGraw-Hill. México.
11. Howard B, Christensen. (1999). Estadística paso a paso. Editorial Trillas. México.
12. Webster, Allen. (2000). Estadística Aplicada a los Negocios y a la Economía. McGraw-Hill.
13. Calero Pérez, Mavilo (2000). Metodología Activa para Aprender y Enseñar Mejor. Perú: Edit. San Marcos.
14. Chirinos Ponce, Raúl (2003). Nuevo Manual Constructivismo. Lima.
15. Dikson, L. y otros (1995). El Aprendizaje de las Matemáticas. Barcelona: MEC. Labor.
16. Jiménez Pastor, V. (1990). Como Lograr una Enseñanza Activa de la Matemática. Barcelona: Ediciones CEAC.
17. Ladera Pardo, Victorino (2001). Metodología Activa de la Matemática. Abedul.
18. Sierra Bravo, R. (1984). Ciencias Sociales, Epistemología, Lógica y Metodología. Madrid: Edit. Paraninfo.