

Influencia de la Ingeniería Didáctica en el aprendizaje significativo remoto de la Integral Definida

Influence of Educational Engineering on remote meaningful learning of the Defined Integral

Jimmi J. Diaz-Solano

Centro Educativo Particular María Auxiliadora, Huancayo, Perú

E-mail, jlaker.ds@gmail.com

Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-2997-5106>

Recibido: 08/03/2023, Aceptado: 24/03/2023, Publicado: 26/05/2023

Resumen

Esta investigación se realizó durante las clases remotas a causa de la pandemia generada por la Covid-19, cuyo objetivo fue determinar el nivel de influencia que tiene la Ingeniería Didáctica en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida en los estudiantes del VII semestre de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú, durante el periodo lectivo 2021-I. El estudio tuvo un enfoque cuantitativo, de tipo experimental, de nivel aplicativo y con diseño cuasi experimental sobre una muestra censal de 26 estudiantes, de los cuáles se formaron los grupos control y experimental de forma aleatoria y priorizando la equivalencia de medias, cada uno con 13 estudiantes. Se aplicó la Ingeniería Didáctica en grupo experimental, a través del análisis preliminar y del análisis a priori, de modo que los resultados se procesaron mediante la prueba t de Student y cuyo p-valor fue $p=0.000<0.05$, de modo que se rechazó la hipótesis nula; mientras que en el grupo control la misma prueba generó el p-valor igual a $p=0.059>0.05$, por lo cual se aceptó la hipótesis nula con un nivel de confianza del 95%. Por lo tanto, dichos resultados permitieron concluir que la Ingeniería Didáctica tiene una alta influencia en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida en los estudiantes del VII semestre de la Carrera Profesional de Ciencias Matemáticas e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú.

Palabras clave: representación, conceptos, proposiciones, análisis preliminar y a priori.

Abstract

This research was conducted during remote classes due to the pandemic generated by Covid-19, whose objective was to determine the level of influence that Didactic Engineering has on the Meaningful Learning of the Definite Integral in the students of the VII semester of the Faculty of Education of the Universidad Nacional del Centro del Perú, in 2021-I. The research has a quantitative approach, experimental, applicative level and quasi experimental design on a census sample of 26 students, from which the control and experimental groups were formed randomly and prioritizing the equivalence of average, each with 13 students. Didactic Engineering was applied in the experimental group, through preliminary analysis and a priori analysis, so that the results were processed by Student's t-test and p-value was $p=0.000<0.05$, so that the null hypothesis was rejected; while in the control group the same test generated the p-value equal to $p=0.059>0.05$, so that the null hypothesis was accepted with a confidence level of 95%. For that reason, these results allow us to conclude that Didactic Engineering has a high influence on the Meaningful Learning of the Definite Integral in the students of the VII semester of the Mathematical Sciences and Computer Science Career of the Faculty of Education of the Universidad Nacional del Centro del Perú.

Keywords: representations, concepts, propositions, preliminary and a priori analysis.

Introducción

El contexto establecido en el Perú y en el mundo, debido al estado de confinamiento generó que la modalidad educativa cambie de la presencialidad a lo remoto y/o virtual, es en este contexto que durante el periodo lectivo 2021-I, los estudiantes del VII semestre de la Carrera Profesional de Ciencias Matemáticas e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú desarrollaron la asignatura de Análisis Matemático II con nuevos desafíos que implica esta nueva modalidad. Por otro lado, la experiencia docente permitió un primer acercamiento al problema de investigación, ya que se distingue continuamente la existencia de dificultades en la enseñanza y el aprendizaje del Análisis Matemático, asignatura que tiene que ver principalmente con el cálculo diferencial e integral; las dificultades mencionadas tienen que ver principalmente con la generación, por parte de los estudiantes, de la idea de resolución de ejercicios mediante la aplicación de fórmulas y dejándose de lado el aprendizaje de los conceptos matemáticos, esta dificultad muchas veces tiene que ver con la naturaleza y características propias de la asignatura, sin embargo, también dependen de la intervención del docente para generar situaciones de clase que conduzcan a la comprensión de los conceptos.

Las últimas tendencias en Educación resaltan el carácter conceptual de las Matemáticas y la importancia que tiene relacionar los conceptos a aprender con los que el estudiante ya posee previamente (Alfaro et al., 2003), en tal sentido “el dominio de los conceptos matemáticos es una parte esencial de la formación matemática de un estudiante. Tales conceptos constituyen una clase especial y como tales deben ser tratados”. (Angulo et al., 2020, p. 299). Estas afirmaciones dan sustento a la problemática que se ha venido observando en el aprendizaje de las Matemáticas, muestra de ello, como afirman Alfaro et al. (2003), “los primeros cursos de cálculo diferencial no enfatizan el significado o aplicaciones de conceptos como los de la derivada o la integral, sino la colección enorme de reglas de derivación o métodos de integración” (p. 286), esto sumado a la modalidad virtual representan un problema y a la vez un reto para nuevas propuestas que aporten en el aprendizaje de conceptos al aprender las Matemáticas.

En estos últimos años, los franceses vienen dando importantes contribuciones a la Educación Matemática, la Ingeniería Didáctica es una propuesta vigente de una de las escuelas francesas, esta puede ser abordada como metodología de investigación cualitativa (como proceso) y como estrategia para la elaboración de secuencias de clase (como producto), de modo que debido a la naturaleza de esta investigación se consideró a la Ingeniería Didáctica como producto.

Además, en virtud de ello, se consideró como hipótesis

que la Ingeniería Didáctica tiene influencia positiva en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida, en consecuencia, se planteó como objetivo determinar el grado de influencia que tiene la Ingeniería Didáctica en el aprendizaje significativo remoto de la Integral Definida, y se ha dimensionado el aprendizaje significativo mediante el aprendizaje de representaciones, de conceptos y de proposiciones, de acuerdo a lo propuesto por Ausubel et al (1983), de modo que las representaciones sirven para aprender los conceptos y se generan proposiciones matemáticas con sentido cuando hay un manejo apropiado de los conceptos. Además, esta investigación permite la generalización de resultados para toda la Carrera Profesional de Matemática, ya que la asignatura que tiene como eje central a la Integral Definida es de carácter obligatorio en los diferentes diseños curriculares que ha tenido la carrera profesional de Ciencias Matemáticas e Informática en la Facultad de Educación. Al término del estudio se ha logrado probar que la Ingeniería Didáctica tiene alta influencia en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida.

Por último, fue un aspecto limitante el acceso restringido a las fuentes de información digital de algunas universidades del país, así como la escasez de trabajos de investigación similares a nivel local y regional. Por otro lado, a partir del estudio realizado, se recomienda investigar sobre la influencia de la Ingeniería Didáctica en otras asignaturas de la Matemática Superior, tales como Topología, Estructuras Algebraicas, entre otros; también podrían implementarse mecanismos a nivel de las Facultades y Carreras Profesionales para el desarrollo de investigaciones que incluyan a todos los estudiantes de la carrera como población, de modo que estos mecanismos pueden incluir incentivos académicos para los estudiantes que participen activamente u otros; también podrían realizarse cursos de formación o capacitación dirigidos a docentes sobre la influencia de la Ingeniería Didáctica en el aprendizaje en general, y este estudio sería un insumo teórico y demostrativo para tal fin.

Marco teórico

La Ingeniería Didáctica, abordada como producto, comprende dos fases: El análisis preliminar y el análisis a priori. El análisis preliminar se aborda desde tres dimensiones: Epistemológica, que según Artigue et al. (1995) se distingue por la caracterización del saber que se pone en acción, en esta dimensión se analiza el contenido desde la raíz, pudiendo recurrir a la Historia de la Matemática para ver el proceso de cambio o evolución que ha tenido el concepto, el tiempo que pasó hasta que el concepto se formalizó, los problemas que originaron el concepto y los matemáticos que fueron partícipes de ello. Una segunda dimensión es la cognitiva, que según Artigue et al. (1995) se distingue por la caracterización de los aspectos cognitivos del público al cual se dirige la enseñanza, es decir, se analizan los procedimientos que hacen los estudiantes, se realiza un análisis detallado de las concepciones de los estudiantes, de sus aciertos, dificultades y los errores que aparecen con mayor frecuencia en los procedimientos que realizan. La tercera dimensión es la didáctica, que según Artigue et al. (1995) está asociada con las características del sistema de enseñanza en el cual está inmerso la institución, es decir, que sistema educativo se ha adoptado en el país, los textos o materiales educativos de uso principal o de consulta para la enseñanza del contenido, se analiza el tema en el nivel en el que se esté pensando (educación básica, superior, entre otros). La segunda fase, el análisis a priori, según Artigue et al. (1995) comprende una parte de descripción y otra de predicción, centrándose en las características de una situación fundamental o a-didáctica que se ha querido diseñar y que se pretende llevar a los estudiantes, en esta parte se analiza todo lo que podría ser de utilidad en esta situación para que el estudiante, en función de sus posibilidades (de acción, de selección, de control y de validación), pueda disponer y poner en práctica la guía brindada por el profesor. De Faria (2008) afirma que, en esta fase, se elabora el diseño de la secuencia de clase que se va a utilizar, además de la descripción detallada de las actividades que se van a desarrollar, se estiman los tiempos de ejecución de las mismas, se predicen los posibles errores que los estudiantes pueden tener durante la realización de las actividades, así como el rol específico que tendrá el docente en función a dichos errores o a las intervenciones de los estudiantes. Por tanto, se infiere que el análisis preliminar es el insumo para la elaboración del diseño de la secuencia de clase.

Estudios internacionales (Marcolini, 2003 y Alvarado, 2003) como nacionales (Espinoza, 2017) han utilizado la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación cualitativa para el aprendizaje de la Física, el papel de las demostraciones matemáticas, la representación semiótica en el aprendizaje de las coordenadas polares, sin embargo, en esta investigación se ha abordado como estrategia para la elaboración de secuencias

de clase y se ha considerado hacer frente a una problemática que se ha venido notando en estos últimos años y se encuentra en relación con lo que proponen diversas tendencias actuales en Educación Matemática, tales como el carácter conceptual de las Matemáticas y la importancia que tiene relacionar los conceptos que se van a aprender con los que el estudiante ya posee previamente (Alfaro et al., 2003); en tal sentido “el dominio de los conceptos matemáticos es una parte esencial de la formación matemática de un estudiante. Tales conceptos constituyen una clase especial y como tales deben ser tratados” (Angulo et al., 2020, p. 299). Además, Alfaro et al. (2003) afirman que “los primeros cursos de cálculo diferencial no enfatizan el significado o aplicaciones de conceptos como los de la derivada o la integral, sino la colección enorme de reglas de derivación o métodos de integración” (p. 286). Estas afirmaciones, sumado al contexto actual de la crisis sanitaria mundial, implica que la modalidad virtual representa un problema y a la vez un reto para nuevas propuestas que aporten en el aprendizaje de conceptos al aprender las Matemáticas.

El aprendizaje podría considerarse como proceso inmediato a la enseñanza, existen posturas como la de Bruner que sugieren que el docente no necesariamente debe cumplir la función de enseñar. Desde una visión del aprendizaje como una forma de procesar la información, Gagné (1979) afirma que “es un cambio en las disposiciones o capacidades humanas, que persiste durante cierto tiempo y que no es atribuible solamente a los procesos de crecimiento” (p. 2). Desde una visión de actividad, Serrano (1990) la define como un proceso en el cual “cumplen un papel fundamental la atención, la memoria, la imaginación, el razonamiento que el alumno realiza para elaborar y asimilar los conocimientos que va construyendo y que debe incorporar en su mente en estructuras definidas y coordinadas” (p. 53).

Si bien es cierto, no existe una definición que englobe a la totalidad de posturas que la sugieren como el cambio de conducta, adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades, entre otros, sin embargo, una aproximación a la definición de Aprendizaje es sugerida por Zapata (2015), quien menciona que el aprendizaje es “el proceso el proceso a través del cual se adquieren o se modifican ideas, habilidades, destrezas, conductas o valores, como resultado o con el concurso del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento o la observación” (p. 5). Esta aproximación engloba a varias posturas, no obstante, podría adicionarse a ello la adquisición de conocimientos presente en todo proceso de enseñanza aprendizaje. En ese sentido, como afirma la UNESCO (2017) el aprendizaje se define como “un proceso que reúne las experiencias e influencias personales y ambientales para adquirir, enriquecer o modificar conocimientos, habilidades, valores, actitudes, comportamiento y visiones del mundo” (párr. 1).

En cuanto al aprendizaje significativo, Bruner (1988) afirma que “el conocimiento verdaderamente adquirido es aquel que se redescubre” (p. 247). Para Bruner, es más significativo el aprendizaje obtenido por medio del propio descubrimiento que por medio de la repetición mecánica; por su parte, luego de un análisis del aprendizaje por descubrimiento, Ausubel et al. (1983) afirman que:

El aprendizaje por descubrimiento simplemente no constituye un método factible primario de transmitir grandes cuerpos de conocimientos relativos al contenido de las materias de estudio (para los alumnos que son capaces de aprender conceptos y principios a través de la enseñanza basada en exposiciones) que justifique los esfuerzos y el tiempo excesivos empleados en él. (p. 448)

Como se puede inferir, Ausubel no niega la posibilidad de que se logre el aprendizaje significativo por medio del descubrimiento como sostiene Bruner, pero considera que el tiempo que toma para ello es mayor en comparación a un aprendizaje por recepción; tampoco desecha del todo el aprendizaje mecanicista, ya que considera que pueden ser utilizados como saberes previos para lograr el aprendizaje significativo de una nueva información, además es justamente a este hecho de conectar los saberes previos con la nueva información lo que Ausubel denominaría “puente cognitivo”. De acuerdo con Acuña et al. (2016) el aprendizaje significativo, desde la postura de Ausubel, se define como aquel que “se vuelve consciente e importante porque articula conocimiento e inquietudes anteriores de la persona con el nuevo contenido a abordar, haciendo que dicho contenido tenga sentido y con ello gane mayor probabilidad de ser incorporado en los acervos del sujeto” (p. 54). Además, Acuña et al. (2016) afirman que el aprendizaje significativo “influye de manera general a todas las pedagogías de la pregunta [...] y, de manera indirecta, a todos los marcos de la didáctica” (p. 54); con los términos “pedagogía de la pregunta” se entiende a algunos enfoques actuales como la enseñanza para la comprensión, aprendizaje basado en problemas, pedagogía por proyectos, entre otros.

Una primera dimensión del aprendizaje significativo es el Aprendizaje de Representaciones que para Ausubel et al. (1983) “consiste en hacerse del significado de símbolos solos (generalmente palabras) o de lo que éstos representan” (p. 52). Es necesario tener en cuenta que, en algunos casos, las palabras pueden significar o representar un objeto, pero en otros casos símbolos distintos a palabras podrían servir de representación, como los símbolos matemáticos, físicos, químicos, entre otros. El hecho de que el estudiante se apropie del significado de los símbolos o de lo que estos representan, representa la importancia de la adquisición del vocabulario que se da de forma previa a la adquisición de conceptos y poste-

rior a haberlos adquirido. En el aprendizaje de representaciones se vinculan de forma inmediata los procesos de codificación (cambio de información en símbolos que lo representan) y decodificación (traducción de símbolos a lenguaje usual), entendiéndose “usual” como lo entendible de acuerdo al contexto. Las actividades usuales de un aprendizaje de representaciones se distinguen en un nivel inicial con acciones de nombrar, clasificar, definir, describir, entre otras afines. Este tipo de aprendizaje representa la base del aprendizaje significativo, ya que en algunos casos se conecta con la realidad concreta del estudiante. En el terreno matemático, las representaciones no necesariamente se conectan con la realidad concreta del estudiante, pero sí con cuestiones previamente aprendidas en esta misma área, por ejemplo, la representación $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 \geq 0$ no representa una realidad concreta del estudiante, pero se notará que hay un aprendizaje de representaciones, si el estudiante logra distinguir el significado de cada símbolo por separado ($\forall$: para todo, x : número, $\in$: pertenece, $\mathbb{R}$: números reales, ...) e ir construyendo un significado conjunto con dichos símbolos, por ejemplo: “todo número real elevado al cuadrado es 0 o mayor a cero”, la construcción de la idea no necesariamente significa que el estudiante la comprenda, ya que solamente la ha decodificado.

Una segunda dimensión del aprendizaje significativo es el Aprendizaje de Conceptos y que, en virtud de ello, Ausubel et al. (1983) definen a los conceptos como “objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterio comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo” (p. 61). Estos conceptos pueden o no tener una definición, además se limitan dentro de un ámbito de estudio o naturaleza del área o curso, por ejemplo, en Matemática el término “número” es un concepto primitivo que no tiene definición pero se concibe como representación de una cantidad (en caso de los números naturales), de una parte en relación a un todo (en caso de los números racionales), entre otros, pero en una reunión de personas (ceremonia, actuación, evento, entre otros) el mismo término tiene una connotación muy diferente, dando la idea de una presentación, un acto o algo similar. Manterola (1998) destaca los dos métodos propuestos por Ausubel para el aprendizaje de conceptos en los estudiantes, el primero menciona que los atributos de criterio de conceptos se adquieren a través de la experiencia directa, al generar hipótesis, comprobarlas y generalizarlas; el segundo afirma que la asimilación de conceptos, que es la forma dominante del aprendizaje de conceptos, en este caso los estudiantes los aprenden en sus centros de formación y de su contexto. Con base en investigaciones realizadas por Deutsche, Gubrud, Hoffman, Elkind, Olson, Duncan, entre otros, Ausubel et al. (1983) fundamentan los factores que influyen en el aprendizaje de conceptos, entre ellos el grado de experiencia, la edad cronológica, el aumento del vocabulario o inteligencia verbal, disposición del estudiante, heterogeneidad de instancias,

entre otros; en cuanto se refiere a la heterogeneidad de instancias es importante mencionar que un concepto es aprendido con mayor prontitud cuando se encuentra en gran número de contextos diferentes. También hay factores que no influyen como el género, como también son menos efectivas las informaciones sutiles que las informaciones obvias en cuanto a la pertinencia. Castro et al. (2016) sostienen que “comprender un concepto matemático es dotarlo de significado, es decir, conocer su definición, representarlo, identificar sus operaciones, relaciones y propiedades y sus modos de uso, su interpretación y aplicación” (p. 237). Por ejemplo, si se parte de la determinación de conjuntos por comprensión, como $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ / x < 5\}$ y $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x+y=3\}$; el estudiante que ha logrado aprender las representaciones de la Teoría de Conjuntos, y los conceptos de conjunto, número entero positivo, desigualdad (en A), además de par ordenado, plano cartesiano, ecuación de la recta (en B), entonces tendrá la capacidad, previamente a escribir palabra alguna a modo de procedimiento, de asegurar que los elementos del conjunto A serán números enteros positivos, mientras que del conjunto B serán pares ordenados que representan puntos del plano cartesiano. Además, con una mayor destreza podrá afirmar que el conjunto B tiene infinitos elementos a diferencia de A, que cuenta con una cantidad limitada de elementos; el conocimiento de los conceptos anteriores se materializa en el hecho de que el estudiante realice un procedimiento correcto o, como se conoce en Matemática, elegante.

Una tercera dimensión del aprendizaje significativo es el Aprendizaje de Propositiones, para ello se puede partir de la siguiente idea “todo número real elevado al cuadrado es 0 o mayor a cero” tiene equivalencia representativa a $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 \geq 0$, este ejemplo se vuelve necesario para cuestiones de entendimiento, puesto que respecto al Aprendizaje de proposiciones, Ausubel et al. (1983) mencionan:

Que no consiste en hacerse de lo que representan las palabras solas o en combinación, sino más bien en captar el significado de nuevas ideas expresadas en forma de proposiciones. [...] el significado de proposiciones verbales que expresen ideas diferentes a las de equivalencia representativa. Esto es, el significado de la proposición no es simplemente la suma de los significados de las palabras componentes. (p. 53)

Ausubel et al (1983) mencionan que se aprende el significado de una nueva idea compuesta si primero se genera la nueva proposición combinando o relacionando unas con otras muchas palabras individuales, cada una de las cuáles representan un referente unitario; segundo, si las palabras individuales se combinan (generalmente en forma de oración) de modo que la idea resultante es más que la suma de los significados de las palabras componentes individuales. Obviamente, antes que se pueda

aprender los significados de proposiciones verbales se deben conocer los significados de los términos que la componen o de lo que representan. En Matemáticas, a partir del conjunto $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x+y=3\}$ se puede enunciar la siguiente proposición “la gráfica de todos los elementos del conjunto B es una línea recta de pendiente -1 y cuya intersección con el eje de las ordenadas está en el punto (0;3)”, incluso, dependiendo del nivel de avance que el estudiante haya alcanzado, las proposiciones pueden alcanzar el carácter de conjeturas, hipótesis, o incluso, corolarios, teoremas, lemas, entre otros.

Material y métodos

Baptista et al. (2016) definen al tipo de investigación experimental como aquel que “manipula tratamientos, estímulos, influencias o intervenciones (denominadas variables independientes) para observar sus efectos sobre otras variables (las dependientes) en una situación de control” (p. 129). Este estudio se realizó bajo la perspectiva del enfoque cuantitativo, de tipo experimental, de subtipo cuasi-experimental en el que se utilizaron dos grupos, el primero fue el grupo control conformado por 13 estudiantes del VII semestre y, el segundo, el grupo experimental, conformado también por otros 13 estudiantes de la misma sección; los integrantes de cada grupo fueron determinados bajo el principio de equivalencia de grupos, el cual sirvió para garantizar el logro del objetivo propuesto.

Además, Niño (2011) menciona que los estudios aplicativos “se ocupan de la solución de problemas prácticos” (p. 38). En este trabajo se consideró la intervención o manipulación de una o más variables con el propósito de resolver problemas que son necesidad de la población objetivo, de modo que se respondió a ¿qué influencia tiene la Ingeniería Didáctica sobre el Aprendizaje significativo de la Integral Definida?

De Alvarado et al. (1994) definen a la población como “el conjunto de individuos u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación. [...] es el grupo de elementos al que se generalizarán los hallazgos” (p. 108). Para este estudio se consideró como población a los 26 estudiantes del VII semestre de la Carrera Profesional de Ciencias Matemáticas e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú durante el año 2021.

En cuanto a la muestra, De Alvarado et al. (1994) sostienen que es “un subconjunto o parte del universo o población en que se llevará a cabo la investigación con el fin posterior de generalizar los hallazgos al todo” (p. 108). Pero, en este trabajo, la muestra fue censal de En este sentido, la muestra estuvo conformada por los 26 estudiantes del VII semestre de la Carrera Profesional de Ciencias Matemáticas e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú, durante el periodo lectivo 2021 – I, quienes estuvieron asignados para el curso de Análisis Matemático II y llevaron la asignatura de Análisis Matemático I, prerrequisito obligatorio para el Análisis Matemático II.

Respecto al método de muestreo, fue probabilística, debido a que todos los estudiantes tuvieron la misma posibilidad de ser elegidos y se tuvo el criterio de equivalencia para la formación de los grupos experimental y control a partir de la preprueba.

	Población		Muestra	
	Varones	Mujeres	Control	Experimental
Estudiantes del VII semestre	16	10	13	13

Los estudiantes de los semestres I, III y V aún no han llevado el curso prerrequisito, por lo cual no han sido considerados como parte del estudio, mientras que los estudiantes del semestre IX ya han llevado el curso Análisis Matemático II, por lo que podrían afectar intervenir otras variables como las estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas por el docente que desarrolló el curso con ellos.

Baptista et al. (2016) mencionan que “la adición de la prueba previa ofrece dos ventajas: primera, sus puntuaciones sirven para fines de control en el experimento, [...] la segunda ventaja reside en que es posible analizar el puntaje-ganancia de cada grupo” (p. 145). Esta cita hace referencia al diseño experimental de preprueba posprueba con grupo de control, en el que se tuvo el siguiente esquema:

	Preprueba		Posprueba
RG_1	O_1	X	O_2
RG_2	O_3	—	O_4

Donde R: Aleatoriedad; G_1: Grupo experimental; G_2: Grupo control; O_1, O_3: Información “antes”; O_2, O_4: Información “después”; X: Variable independiente.

De Alvarado et al. (1994) afirman que la técnica es “el conjunto de reglas y procedimientos que permiten al investigador establecer la relación con el objeto o sujeto de la investigación” (p. 125). Por lo cual, las técnicas que se utilizaron para recopilar información fueron dos cuestionarios (preprueba y posprueba) para los grupos control y experimental, además del análisis preliminar sugerido por la Ingeniería Didáctica a través de la visualización de las grabaciones de clase.

Estos cuestionarios virtuales fueron los instrumentos utilizados, los cuales fueron elaborados en Google Drive y tuvieron 10 ítems cada uno de ellos y todos los ítems con característica dicotómica, con la existencia de una respuesta correcta y 3 distractores; elaborados en relación al tópico Integral Definida, con el objetivo de medir el nivel de aprendizaje significativo a través de las dimensiones Aprendizaje de representaciones (3 ítems), Aprendizaje de conceptos (4 ítems) y Aprendizaje de proposiciones (3 ítems); de esta manera permitieron determinar el nivel de influencia que tiene

la Ingeniería Didáctica.

Baptista et al. (2016) afirman que validez “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (p. 200), por ese motivo se consideró el juicio de expertos de doctores en Ciencias de la Educación o afines, como el Dr. Carlos Rengifo López (docente RENACYT) y la Dra. Marta Ríos Zea de la Universidad Nacional del Centro del Perú, como también al Dr. Alejandro Rubina López y al Dr. Adalberto Lucas Cabello de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán y al Dr. Godofredo Cajachagua Espinoza que ejerce como Director de Educación Básica Regular.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es la confiabilidad del instrumento, respecto a lo cual Baptista et al. (2016) mencionan que “KR-20 y KR-21 se trabaja con ítems dicotómicos” (p. 296). En este sentido, para la recopilación de datos se realizó la prueba piloto con 13 estudiantes del IX semestre, los cuales fueron elegidos aleatoriamente. En tal sentido se utilizó la fórmula:

$$r_n = \frac{n}{n-1} \cdot \left(\frac{VT - \sum pq}{VT} \right)$$

Donde r_n : Coeficiente de confiabilidad KR-20; n : Número de ítems que contiene el instrumento; VT : Varianza total de la prueba; $\sum pq$: Sumatoria de la varianza individual de los ítems.

Al realizarse la prueba piloto en la preprueba se tuvo $r_n=0.803$ y en la posprueba, $r_n=0.823$; de modo que ha permitido concluir que los instrumentos se encontraron en la escala de muy alta confiabilidad y permitió realizar la aplicación del instrumento a la muestra.

En cuanto a la programación de actividades, mientras que en el grupo control se tuvieron 10 sesiones desarrolladas en función al orden planificado en el sílabo de la asignatura, en el grupo experimental se realizó el Análisis Preliminar (epistemológico, cognitivo y didáctico), el cual permitió planificar la estructura de las actividades que se fueron desarrollando al interior de cada una de las sesiones. Para luego pasar al Análisis A priori, en el cual se definió la secuencia temática de las 10 sesiones del grupo experimental (distintas a las del sílabo), así como se definió la notación a utilizar.

Resultados

En cuanto al análisis de la normalidad, Novales (2010) afirma que el test de Shapiro Wilk se usa para contrastar la normalidad con un número menor a 50 observaciones; de modo que se obtuvieron los siguientes resultados:

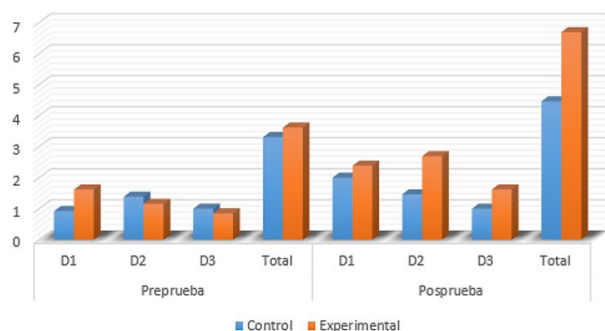
	Dimensiones	Grupo control			Grupo experimental		
		Estad.	gl	Sig.	Estad.	gl	Sig.
Preprueba	Ap. de representaciones	,825	13	,014	,862	13	,041
	Ap. de conceptos	,756	13	,002	,812	13	,010
	Ap. de proposiciones	,790	13	,005	,811	13	,009
	Total	,912	13	,193	,949	13	,588
Posprueba	Ap. de representaciones	,810	13	,009	,756	13	,002
	Ap. de conceptos	,857	13	,036	,852	13	,030
	Ap. de proposiciones	,819	13	,012	,856	13	,035
	Total	,940	13	,462	,893	13	,107

En correspondencia a los resultados obtenidos, para el análisis de muestras independientes se utilizó la prueba no paramétrica de Wilcoxon para las dimensiones y en los puntajes totales con la prueba paramétrica t de student.

Para analizar las muestras independientes, se realizó la prueba de homocedasticidad y con el test de Levene se obtuvo $p=0,974>0,05$, lo cual permitió concluir que las varianzas de los puntajes totales de ambos grupos pueden considerarse iguales. Luego en la prueba t de student (para igualdad de medias) se obtuvo $p=0,598>0,05$, de modo que se concluyó que el puntaje promedio en ambos grupos en la preprueba es el mismo.

En la posprueba, se realizó la prueba de homocedasticidad y con el test de Levene se obtuvo $p=0,687>0,05$, lo cual permitió concluir que las varianzas de los puntajes totales de ambos grupos pueden considerarse iguales. Luego en la prueba t de student (para igualdad de medias) se obtuvo $p=0,029<0,05$, de modo que se concluyó que el puntaje promedio en ambos grupos en la posprueba no es el mismo, de modo que de acuerdo a los promedios presentados en la figura 1, se puede inferir que el grupo experimental tuvo mejores resultados en la posprueba, ya que la diferencia existente es significativa.

Resultados



En cuanto al análisis de muestras relacionadas, en la dimensión Aprendizaje de Representaciones, la prueba de Wilcoxon dio para el grupo control $p=0,002<0,05$ y en el grupo experimental, $p=0,002<0,05$; de modo que se ha concluido que cuando se utiliza la Ingeniería Didáctica como cuando no, se tienen mejoras significativas en el Aprendizaje de Representaciones.

En la dimensión Aprendizaje de Conceptos, la prueba de Wilcoxon dio para el grupo control $p=0,4015>0,05$ y en el grupo experimental, $p=0,005<0,05$; de modo que se ha concluido que cuando se utiliza la Ingeniería Didáctica existen mejoras significativas en el Aprendizaje de Conceptos y cuando no se utiliza no hay mejora o, si la hay, no es significativa.

En la dimensión Aprendizaje de Conceptos, la prueba de Wilcoxon dio para el grupo control $p=1>0,05$ y en el grupo experimental, $p=0,004<0,05$; de modo que se ha concluido que cuando se utiliza la Ingeniería Didáctica existen mejoras significativas en el Aprendizaje de Proposiciones y cuando no se utiliza no hay mejora o, si la hay, no es significativa.

Con los puntajes totales, la prueba de t de Student para muestras emparejadas dio para el grupo control $p=0,059>0,05$ y en el grupo experimental, $p=0,000<0,05$; de modo que se ha concluido que cuando se utiliza la Ingeniería Didáctica existen mejoras significativas en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida y cuando no se utiliza no hay mejora o, si la hay, no es significativa.

Discusión

En el Aprendizaje de representaciones, se obtuvo que tanto en el grupo control como en el grupo experimental existen incrementos estadísticamente significativos, no obstante, al observar el incremento en las medias entre la preprueba y la posprueba se notó que en el grupo control hubo un incremento de 1,08 que es ligeramente mayor al del grupo experimental, 0,76. Esta característica podría deberse, entre otros factores, a que los estudiantes están familiarizados con el Aprendizaje de representaciones en Matemática desde que ingresan

a la etapa escolar, sin embargo Rivera y Vides (2015) concluyen que la Ingeniería Didáctica influye en la importancia de las representaciones simbólicas y la comprensión de su semántica, es decir, influye en el Aprendizaje de representaciones.

Por otro lado, en las otras dos dimensiones los resultados estadísticos probaron que la Ingeniería Didáctica tiene muy alta influencia en el Aprendizaje de conceptos y en el Aprendizaje de proposiciones, además, se observó que entre la preprueba y posprueba hay un incremento de 0,08 en la media del grupo control, frente a 1,54 del grupo experimental. Este resultado concuerda con dos conclusiones dadas por Marcolini (2003), la primera, que la Ingeniería Didáctica aporta en la clarificación y en la resignificación del concepto, es decir, influye en el Aprendizaje de Conceptos; la segunda, la Ingeniería Didáctica genera que exista evolución de sus estrategias al mostrar sus acciones, ideas y percepciones en que se basan para justificar sus respuestas, es decir, influye en el Aprendizaje de proposiciones.

Finalmente, al analizar los puntajes totales, los resultados estadísticos mostraron que la Ingeniería Didáctica tienen muy alta influencia en el Aprendizaje significativo de la Integral Definida, además, se ha notado que entre la preprueba y la posprueba hay un incremento de 1,15 en la media del grupo control, frente a 3,07 del grupo experimental. Este resultado se sustenta en las afirmaciones y estudios realizados por Marcolini (2003) y por Rivera y Vides (2015).

Conclusiones

Con base en el aspecto teórico, la metodología utilizada y la ejecución en la modalidad remota permitieron concluir que la Ingeniería Didáctica, al ser utilizada como estrategia para la elaboración de secuencias de clase, influye significativamente en el aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes del VII semestre de la carrera profesional de Ciencias Matemáticas e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional del Centro del Perú.

Aporte

Los resultados de esta investigación son de relevancia teórica para docentes que asumen la asignatura, así como para replicarse y sobre todo mejorarse en futuras investigaciones; también corrobora lo teorizado por Artigue en torno a la Ingeniería Didáctica.

Por otro lado, se demuestra que la docencia en el aula no es una cuestión meramente empírica, sino que debe tener una metodología estructurada. Además, a través de este trabajo, se hace frente a un problema de la Educación Matemática en el nivel superior, que es el aprendizaje de conceptos.

Referencias bibliográficas

- Acuña, L., Arias, N., Castro, J., Flores, R., Galvis, D., Gómez, D., Pinzón, M., Rojas, L., Valencia, L. y Zea, L. (2016). *Aprendizaje, cognición y mediaciones en la escuela*. Taller de edición Rocca S.A.
- Alfaro, C., Gamboa, R. y Ruiz, A. (2003). Aprendizaje de las Matemáticas: Conceptos, Procedimientos, Lecciones y Resolución de Problemas. *Uniciencia*, 20(2), 285-296. <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/5744>
- Alvarado, A. (2003). *El estatus de la demostración matemática en el aula de una noción paramatemática al diseño de una ingeniería didáctica* [Tesis doctoral, Universidad de Salamanca] doi:10.14201/gredos.128166
- Angulo, M., Arteaga, E. y Carmenates, O. (2020). La formación de conceptos matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Conrado*, 16(74), 298-305. <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v16n74/1990-8644-rc-16-74-298.pdf>
- Artigue, M., Douady, R. y Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación*. Iberoamericana.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Baptista, P.; Fernández, C. y Hernández, R. (2016). *Metodología de la investigación* (6ta ed.). Interamericana.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Morata.
- De Alvarado, E., De Canales, F. y Pineda, E. (1994). *Metodología de la investigación. Manual para el desarrollo de la salud* (2da ed.). Organización Panamericana de la Salud.
- De Faria, E. (2008). Ingeniería Didáctica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1(2), 1-9. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6887>
- Espinoza, A. (2017). *Aprendizaje de coordenadas polares en estudiantes en formación de profesores por medio de los registros de representación semiótica* [Tesis de maestría, Universidad Nacional del Centro del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12894/4292>
- Gagné, R. (1979). *Las condiciones del aprendizaje*. Editorial Interamericana.
- Manterola, M. (1998). *Psicología educativa: Conexiones con la sala de clases*. Ediciones Universidad Católica Blas Cañas.
- Marcolini, J. (2003). *Ingeniería didáctica en Física Matemática* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/32508>
- Niño, V. (2011). *Metodología de la investigación. Diseño y ejecución*. Ediciones de la U.
- Novales, A. (2010). *Análisis de Regresión*. <https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-13-Analisis%20de%20Regresion.pdf>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO]. (27 de septiembre de 2017). 9 *Teorías del Aprendizaje más influyentes*. *Educar21*: <https://educar21.com/inicio/2017/09/27/teorias-de-aprendizaje-mas-influyentes/>
- Rivera, J. y Vides S. (2015). La Ingeniería didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Estadística. *Omnia*, 21(2), 96-104. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73743366007.pdf>
- Serrano, M. (1990). *El proceso de enseñanza aprendizaje*. Talleres gráficos universitarios ULA.
- Zapata, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del "conectivismo". *Education in the knowledge society*, 16(1), 69-102. doi:<https://doi.org/10.14201/eks201516169102>