

JUICIO CRÍTICO DEL CARÁCTER DE VERDAD INDUBITABLE DE LAS MATEMÁTICAS.

CRITICAL VIEW OF THE NATURE OF THE UNQUESTIONABLE TRUTH OF MATHEMATICS.

Lucas Cabello, Adalberto

RESUMEN

La investigación realizada que tiene como título Juicio crítico del carácter de verdad indubitable de las matemáticas, tuvo como sub rubros: Meditaciones filosóficas sobre la verdad; concepción pragmática de la verdad; tesis sobre la verdad en la dirección fenomenológica; fecundidad del error en la lógica matemática, que a su vez contiene: Inviabilidad de la logización de la matemática en Gottlob Frege. La paradoja de Russell, imposibilidad de formalizar completamente la aritmética, la axiomática hilbertiana y el fracaso del ideal de formalización rigurosa. Significado filosófico del Teorema de Kurt Gödel, que también tiene los subtítulos: El teorema de Gödel, filosóficamente entendido como un principio a posteriori, relatividad de la verdad absoluta en las matemáticas según el teorema de Gödel e inconsistencia del carácter de verdad indubitable de las matemáticas. Los métodos utilizados fueron: el hermenéutico dialéctico y el fenomenológico; sus usos condujeron a los siguientes resultados. 1) Los estudiantes reconocieron la relatividad de la verdad indubitable de las matemáticas, porque llegaron a comprender racionalmente el teorema de la incompletitud de Gödel, que establece lo siguiente: Cualquier sistema axiomático a partir del cual puede derivarse la aritmética básica, contiene proposiciones ambiguas o indecidibles; 2) Los estudiantes concluyeron que a partir del teorema de Gödel se puede demostrar la fragilidad del carácter de verdad indubitable de las matemáticas, porque comprendieron que, dado un sistema consistente de axiomas, no se puede probar la consistencia de los mismos. En otras palabras, una teoría no puede probar su propia consistencia; Se concluye que no se pueden establecer un criterio de verdad absoluta, porque, para hacerlo, sería necesario recurrir a otro criterio que la justifique. Pero, para establecer ese segundo criterio de verdad, a su vez sería necesario recurrir a otro y así hasta el infinito, de tal manera que nunca se lograría un criterio de verdad, específicamente, en la pretendida logización de las matemáticas. Si existiera un conocimiento realmente verdadero y absoluto en las matemáticas en general, entonces este conocimiento sería irrevisable, sería definitivo, el mismo que contradice al sentido de la filosofía, que es la de problematizar o no aceptar afirmaciones como definitivamente verdaderas.

Palabras clave: Juicio crítico, verdad, matemáticas, indecidible, incompletitud, hermenéutica.

ABSTRACT

The research which is entitled critical view of the nature of unquestionable truth of mathematics, were like sub headings: philosophical meditations on the truth; pragmatic conception of truth, thesis on the truth in the phenomenological direction. Fecundity of the error in mathematical logic, which in turn contains: failure of the logización of mathematics in Gottlob Frege, Russell paradox: impossibility of completely formalized arithmetic and the axiomatic Hilbert and the failure of the ideal of rigorous formalization. Philosophical meaning of Kurt Gödel's theorem, which also has subtitles: Gödel's theorem philosophically understood as a principle a posteriori, relativity of absolute truth in mathematics according to the theorem of Gödel and inconsistency of the character of unquestionable truth of mathematics. Methods used were: the dialectical hermeneutic and phenomenological, their use led to the following results. 1) Los students acknowledged the indubitable of math truth relativity, because they came to rationally understand the theorem of Gödel's incompleteness, which provides as follows: any axiomatic system from which you can derive the basic arithmetic, it contains ambiguous propositions or undecidable; 2) Los student acknowledged the indubitable of math truth relativity, because they came to rationally understand the theorem of Gödel's incompleteness, which provides as follows: any axiomatic system from which you can derive the basic arithmetic, it contains ambiguous propositions or undecidable. we conclude that: can be is a criterion of absolute truth, because to do so, it would be necessary to resort to another criterion which justified. But to establish that second criterion of truth, at the same time would be necessary to resort to another and thus to infinity, in such a way that would never be a criterion of truth, specifically, in the so-called logización of mathematics. Que if there is a really true and complete knowledge of mathematics in general, then this knowledge would be irrevisable, it would be definitive, it contradicts the meaning of philosophy, which is that of problematize or not accept statements as definitely true.

Key words: Juicio critic, truth, mathematics, undecidable, incompletitud, hermeneutics.

INTRODUCCIÓN

Ha sido nuestra intención desarrollar el tema acerca del intento de axiomatización o ligización de las matemáticas por Hilbert, Frege y Russell y de Gödel quien tuvo su propia percepción sobre el asunto.

En 1899, David Hilbert eliminaba las perfecciones en el desarrollo axiomático de Euclides. Hilbert logró esto último expresando los axiomas a partir de proposiciones acerca de los números reales y su aritmética. De esta forma, los axiomas de la geometría se sustentaban en los números reales y en consecuencia había que fundamentar la existencia de los mismos. Esta tarea fue llevada a cabo por Hilbert, en 1900, cuando proporcionó la axiomatización de los números reales. El

trabajo realizado por Hilbert, al igual que había sido anteriormente el de Euclides, se convirtió en un elemento crucial en el siglo XX.

Este proceso de axiomatización no solo abarcó a los conjuntos, a la construcción de los sistemas numéricos y a la geometría, sino también a la teoría de la probabilidad.

MILLAR (2002), sobre este tema, señala que “La obra de Hilbert, hizo surgir el “programa de Hilbert”, dirigido hacia la axiomatización de la matemática y la utilización de modelos algebraicos en lugar de la intuición. A pesar de que esta pretensión suscitó una controversia muy productiva que influyó notablemente en la lógica y la filosofía matemática, el formalismo iniciado por Hilbert sería más tarde desplazado por los trabajos de Gödel (p. 292).

El filósofo y matemático alemán Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925) generalizó el uso de este lenguaje simbólico e introdujo una notación formal para reglamentar y expresar el razonamiento lógico.

MOSTERÍN (2006) resume el pensamiento de Frege, señalando que “...la extensión del concepto P” –escribe Frege en otro de sus últimos manuscritos– “parece designar un objeto a causa del artículo determinado; pero no hay objeto alguno al que así pudiéramos designar correctamente”. De allí ha surgido la paradoja de la teoría de conjuntos que ha aniquilado esa teoría. Y tratando de fundamentar lógicamente los números, yo mismo he caído en esa trampa, al querer considerar los números como conjuntos...” (p. 12).

No todos los matemáticos compartían las ideas de Frege, uno de sus críticos fue Poicanré, quien

estaba convencido de que era imposible deducir a la aritmética a la lógica y menos aún de la teoría de conjuntos. Frege transforma la filosofía en una disciplina analítica, en la cual los argumentos debían justificarse mediante la lógica formal, la ciencia y el uso adecuado del lenguaje. Nació así la llamada filosofía analítica, que actualmente sigue siendo una de las corrientes filosóficas dominantes.

FERRATER (2004), acerca del tema, suscribe: “Uno de los problemas hoy día ya clásicos relativos a la noción lógica de extensión es el que fue planteado por Frege al hacer su famosa propuesta de que hay predicados que tienen la misma extensión (denotación). Ejemplo dado por Frege es: los predicados ‘(es la) estrella matutina’ y ‘(es la) vespertina’. Cada uno de estos predicados tiene una significación propia, pero ambos tienen una misma extensión: la estrella Venus. Según Nelson Goodman, dos predicados son sinónimos cuando tienen la misma extensión. Ello parece echar por tierra la distinción de Frege, pues ocurriría entonces con los predicados antes mencionados lo mismo que con los términos ‘centauro’ y ‘unicornio’: que, al tener la misma extensión, tendría la misma significación” (p. 1196). En la última década del siglo XIX, el gran filósofo y matemático inglés Bertrand Arthur Russell (1872-1970) era un estudiante en la Universidad de Cambridge. Pronto reconoció la importancia de los trabajos de Cantor, Frege y las axiomatizaciones de Peano y Hilbert, para construir formalmente la lógica matemática a partir de la teoría de conjuntos; sin embargo, también observó paradojas como la que descubrió en 1901, conocida como la paradoja de Russell. En particular se daba por sentado que dada cualquier propiedad bien definida referente a la lógica o la matemática, siempre existía en conjunto de todos los objetos que satisfacen tal propiedad. La paradoja surge al considerar el siguiente conjunto:

El conjunto de todos los conjuntos que no pertenecen a sí mismos.

Ya que si este conjunto pertenece a sí mismo, entonces ¡no pertenece a sí mismo!

Para evitar este tipo de paradoja, y otras más que habían sido encontradas a finales del siglo XIX, Russell, junto con su colega Alfred North Whitehead (1861-1947), se dieron la tarea de construir la matemática a partir de la teoría de conjuntos y de la lógica. Como resultado, publicaron entre 1910 y 1913 tres volúmenes de la obra *Principia Mathematica*, que pretendía ser para la

matemática lo que la obra homónima de Newton había sido para la física. En ella proporcionaron fundamentos para la teoría de conjuntos, la lógica, los números reales y la aritmética de los números transfinitos. Evitaron las paradojas que existían anteriormente por medio de estructura llamada teoría de tipos; sin embargo, el problema es que la mayor parte de la matemática no podía derivarse con su método, al menos no de forma obvia.

La EDITORIAL PROGRESO (1984), acerca del asunto de la logización de las matemáticas, dice: "Una de las orientaciones principales en la fundamentación de la matemática, que trata de reducirlas a la lógica. Aunque esta idea había sido expuesta ya por Leibniz, solo a fines del s. XIX Frege intentó realizarla. Este último se planteó: 1) determinar los conceptos de partida de las matemáticas únicamente con términos de la lógica, y 2) demostrar los principios de las matemáticas, partiendo solo de los principios de la lógica y empleando solo las demostraciones lógicas. Los trabajos posteriores en esta dirección (Russell y Whitehead, 1910-1913), a pesar de todo el valor de sus resultados, no permitieron realizar este programa, aunque el planteamiento metodológico del logicismo es erróneo por principio: la afirmación de que las matemáticas no dependen del mundo objetivo ni de las tareas de su estudio. Por el contrario, el desarrollo de la lógica matemática condujo a la conclusión de que las secciones fundamentales de las matemáticas (por ejemplo, la aritmética) son irreducibles a la lógica (teorema de Gödel) (p. 260).

En forma sorprendente, en 1931, el matemático y filósofo austriaco-estadounidense Kurt Gödel (1906-1978) demostró lo que se conoce como el primer teorema de la incompletitud, que establece lo siguiente: Cualquier sistema axiomático a partir del cual puede derivarse la aritmética básica, contiene proposiciones ambiguas o indecidibles.

En donde una proposición indecible es aquella para la cual no puede probarse que sea verdadera o falsa.

El Objetivo planteado para la investigación fue: Mejorar el juicio crítico respecto al carácter de verdad indubitable de las matemáticas, mediante la hermenéutica del conocimiento científico, en estudiantes de la Especialidad de Filosofía, Psicología y Ciencias Sociales - UNHEVAL-2011, seguidamente adelantamos un juicio hipotético del siguiente modo: La aplicación de la hermenéutica del conocimiento científico, mejora el desarrollo del juicio crítico respecto al carácter de verdad

indubitable de las matemáticas, en estudiantes de la Especialidad de Filosofía, Psicología y Ciencias Sociales de la Facultad de Ciencias de la Educación -UNHEVAL - 2011-. Creemos que la contribución sustancial fue: Teniendo en cuenta que los estudiantes consideraban que las matemáticas encerraban la verdad absoluta. Luego de la aplicación de la hermenéutica del conocimiento científico demostraron que esta era pertinente para desarrollar su juicio crítico, respecto al carácter de verdad indubitable de las matemáticas, considerando las meditaciones filosóficas sobre la verdad, la fecundidad del error en la lógica matemática y el significado filosófico del teorema de Kurt Gödel, así concluyeron que las matemáticas no encierran la verdad absoluta.

Entre los resultados generales tenemos: Que si existiera un conocimiento realmente verdadero y absoluto en las matemáticas en general, entonces este conocimiento sería irrevisable, sería definitivo, el mismo que contradice al sentido de la filosofía, que es la de problematizar o no aceptar afirmaciones como definitivamente verdaderas.

La mayor dificultad que hemos tenido que enfrentar fue trabajar arduamente para lograr que los estudiantes lleguen al nivel de la comprensión lectora, al nivel inferencial y al juicio crítico. Por otro lado, debe consolidarse, y en lo posible mejorarse, los logros alcanzados con la aplicación del método hermenéutica en el mejor uso del juicio crítico, que permitió a los estudiantes tener mayor capacidad de definir la inconsistencia del carácter de verdad indubitable de las matemáticas.

MATERIAL Y MÉTODOS

Material: Logístico, bibliográfico, lista de cotejo, ficha de análisis de contenido, para dejar registrada una investigación de este tipo. Además debemos señalar que la investigación se realizó teniendo en cuenta cuatro aspectos sustanciales: Primero, se elaboró un compendio sobre Hermenéutica del conocimiento científico y juicio crítico del carácter de verdad indubitable de las matemáticas, los cuadro de capacidades y procesos cognitivos, la sesión de aprendizaje y el instrumento de evaluación. Nuestra población fue el universo de estudiantes de la especialidad de Filosofía, Psicología y Ciencias Sociales. Para determinar la MUESTRA se utilizó el método del muestreo no probabilístico - intencional.

RESULTADOS

Los estudiantes de la Especialidad de Filosofía, Psicología y Ciencias Sociales:

1. Llegaron a inferir que fue un fracaso la pretensión – de Frege - de hacer de la aritmética una rama de la lógica y, por tanto, fracasa también el intento de demostrar que todo en la aritmética puede ser probada lógicamente.
2. Identificaron que la pretensión de Russell de querer llevar a cabo, de modo completo y detallado, el programa logicista, reduciendo la matemática entera –y en especial la aritmética– a los principios lógicos, fracasó, debido a la contradicción existente en la paradoja, el mismo que fue insuperable.
3. Reconocieron que existen axiomas que se contradicen entre sí, en consecuencia la axiomatización rigurosa de las matemáticas –plantada por Hilbert– resultaron siendo un fracaso y la razón formal por axiomatizar las ciencias tuvieron fuertes limitaciones.
4. Identificaron que la verdad es una categoría superior a la demostración; en pocas palabras, identificaron que nunca llegaremos a conocer todos los secretos del universo. Planteamiento concordante con el teorema de Kurt Gödel.

DISCUSIÓN

Los resultados, nos indican que las matemáticas no encierran la verdad absoluta, porque bien son completas o bien son consistentes. El resultado justifica su razón de ser, porque si las matemáticas son completas, entonces son inconsistentes, y viceversa.

Hawking (2011) al respecto afirma que “La incompletitud de la aritmética

formal, Gödel demostró que en cualquier sistema formal existe siempre un enunciado que no puede ser demostrado dentro del sistema a pesar de aparentar ser verdad.

Que si la aritmética formal es consistente, esta consistencia no puede ser demostrada dentro de la misma aritmética formal, como Hilbert había pensado” (p.955).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Editorial Progreso. 1984. Diccionario filosófico. Moscú, Rusia.
2. FERRATER, J. 2004. Diccionario de filosofía. Barcelona, España: Editorial Ariel.
3. HAWKING, S. 2011. Dios creó los números. Barcelona, España: Editorial CEDRO.
4. MILLAR, D. 1994. Diccionario básico de científicos. Madrid, España: Editorial Tecnos.
5. MOSTERÍN, J. 2006. Crisis de los paradigmas en el siglo XXI. Lima, Perú: Fondo Editorial de la Universidad Nacional Enrique Guzmán y Valle.

Correo electrónico:

adalberto_lucas@hotmail.com